Universidade de Aveiro Departamento de Educação
2015

CATARINA SOFIA MALTA DA SILVA

A resolução de problemas da vida real no 1.º Ciclo do Ensino Básico

Universidade de Aveiro Departamento de Educação
2014

CATARINA SOFIA MALTA DA SILVA

A resolução de problemas da vida real no 1.º Ciclo do Ensino Básico

Relatório final apresentado à Universidade de Aveiro para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Ensino do 1.º e 2.º Ciclo do Ensino Básico realizada sob a orientação científica do Doutora Teresa Bixirão Neto, Professora Auxiliar do Departamento de Educação da Universidade de Aveiro.

o júri

Presidente

Professor Doutor Manuel Fernando Ferreira Rodrigues
Professor Auxiliar, Universidade de Aveiro

Doutora Maria Celina Cardoso Tenreiro Vieira
Professora Auxiliar Convidada, Universidade de Aveiro

Professora Doutora Maria Teresa Bixirão Neto
Professora Auxiliar, Universidade de Aveiro

Agradecimentos

A concretização deste trabalho de investigação só foi possível graças à colaboração de várias pessoas a quem manifesto os meus agradecimentos.

À Professora Doutora Teresa Bixirão Neto pela preciosa orientação, pela aprendizagem que me proporcionou, pela disponibilidade demonstrada, apesar das inúmeras tarefas, preocupações e responsabilidades que a absorviam, e pelas palavras de encorajamento.

Ao Rui, colega de formação, uma palavra de agradecimento e de admiração pela amizade, ética e apoio demonstrado em todos os momentos.

À professora titular de turma onde decorreu o estudo, Professora Ana Paula Gonçalves, pela partilha de saberes e pelos momentos de elucidação.

A todos os alunos participantes no estudo, pelo precioso contributo e entusiasmo demonstrado durante a resolução dos problemas.

A todos os professores da Universidade de Aveiro, professores orientadores cooperantes e colegas de formação pela aprendizagem que me proporcionaram para poder concluir este ciclo de formação.

Aos meus pais pelo apoio e por nunca me terem deixado desistir do meu sonho, apesar das adversidades da nossa vida famíliar.

Aos meus tios Bela e Abel e primos André e pequena Inês por terem apoiado a minha família nos momentos mais difíceis durante o meu percurso académico.

Às minha amigas de todo o sempre, Maria João e Nádia, por todo o apoio, incentivo e, essencialmente, pelo encorajamento durante este meu percurso.

E, finalmente, e não menos importante, ao meu namorado pelo paciência, ajuda e cooperação.

palavras-chave

Resolução de problemas, problemas realista, estratégias, dificuldades, 1.º CEB.

Resumo

A resolução de problemas da vida real permite a aquisição conhecimentos formais através de conhecimentos informais pré-adquiridos. Este estudo teve como finalidade conhecer e compreender as dificuldades dos alunos nos primeiros anos de escolaridade do Ensino Básico, quando resolvem problemas da vida real, identificar as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas da vida real, averiguar as atitudes dos alunos quando confrontados com problemas da vida real, assim como, apurar os contributos dos problemas da vida real no estabelecimento de relações (intra e interdisciplinares). Decorrente da finalidade, formularam-se as seguintes questões de investigação: Quais as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas da vida real? Qual a atitude dos alunos quando confrontados com problemas da vida real? Qual o contributo dos problemas da vida real no estabelecimento de relações intra e interdisciplinares?

Adotou-se uma metodologia de natureza qualitativa, assente num estudo de caso. O estudo foi realizado com uma turma do 2.º ano do Ensino Básico, sendo que, ao longo de algumas aulas de Matemática, Português e Expressão Plástica, os alunos resolveram problemas da vida real.

Os resultados obtidos a partir da análise dos dados recolhidos permitiram concluir que as principais dificuldades dos alunos incidiam na interpretação e compreensão do problema, mobilização de conhecimentos e redação da resposta. Relativamente as estratégias, os alunos utilizam, essencialmente, o desenho e operações. No que respeita às atitudes dos alunos, estes problemas promovem a participação, perseverança e responsabilidade, evitando rejeição, medo ou fobia pela Matemática.

keywords

Problem solving realistic problems, strategies, difficulties, elementary shcool.

abstract

The real-life problem solving allows the acquisition formal knowledge through informal pre-acquired knowledge. This study aimed to know and understand the difficulties of students in early grades of basic education, when they solve real-life problems, identify the strategies used by students in solving real-life problems, find out the attitudes of students when faced with real-life problems as well as determine the contributions of real-life problems in establishing relations (intra and inter). Arising from the order, formulated the following research questions: What are the strategies used by students in solving problems of real life? What the students' attitude when faced with real-life problems? What is the contribution of the real-life problems in establishing intra and interdisciplinary relationships?

Adopted a methodology of qualitative nature, based on a case study. The study was conducted with a group of 2nd year of basic education, and, over a few lessons in Mathematics, Portuguese and Artistic Expression, students solve real-life problems.

The results from the analysis of the data collected showed that the main difficulties of the students focussed on interpretation and understanding of the problem, mobilizing knowledge and answer essay. Relatively strategies, students use mainly the design and operations. With regard to attitudes of students, these problems promote participation, perseverance and responsibility, avoiding rejection, fear or phobia for mathematics.

Índice

Índice de Figuras

Índice de Tabelas

Índice de Esquemas

Índice de Gráficos

Lista de Siglas

ATL – Atividades de Tempos Livres

CEI – Currículo Específico Individual

DL – Decreto-lei

EOS – Enfoque Ontossemiótico

GIRP – Grupo de Investigação em Resolução de Problemas

ME – Ministério da Educação

NEE – Necessidades Educativas Especiais

NTCM – National Council of Teachers of Mathematics

OCDE – Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico

OTL – Ocupação dos Tempos Livres

PAP – Programa de Acompanhamento Pedagógico

PAT – Programa Anual de Turma

PEI – Programas Educativos Especiais

PISA – Programme for International Student Assessment

“A Matemática é uma atividade humana, que consiste em organizar, relacionar, generalizar, provar e formalizar o mundo à nossa volta” (Freudenthal, 1973)

APRESENTAÇÃO

A presente relatório de estágio pretende dar o seu contributo na área da Matemática, mais precisamente na resolução de problemas da vida real. Este trabalho é resultante de uma investigação desenvolvida durante a Prática Pedagógica B2.

A investigação apresentada encontra-se estruturada em seis capítulos, correspondendo os dois primeiros ao enquadramento teórico e os restantes à componente correspondente ao estudo empírico, sendo estes seguidos das referências bibliográficas e, por fim, dos apêndices.

No primeiro capítulo apresenta-se um breve contexto do estudo, quais as finalidades do mesmo bem como as questões de investigação.

No segundo capítulo explana-se a fundamentação teórica que sustenta esta investigação. Este apresenta-se subdividido em cinco pontos principais: Literacia Matemática, Competência Matemática, o Problema, a Resolução de Problemas e alguns conceitos do referente teórico da didática matemática, Enfoque Ontossemiótico.

No capítulo três mencionam-se as opções metodológicas, caracterizam-se os participantes e o contexto onde se realizou a investigação bem como a caracterização do questionário. São também apresentadas as fases de investigação e como se procedeu à analise dos dados.

No quarto capítulo apresenta os princípios gerais que orientam os problemas que servem de base a este estudo, bem como a planificação realizada, a tarefas propostas, possíveis resoluções e estratégias a utilizar.

O capítulo quinto é destinado à apresentação dos resultados desta investigação, nomeadamente, os provenientes da análise dos diversos instrumentos utlizados durante a investigação.

O sexto capítulo apresenta uma síntese do estudo, assim como as principais conclusões, dando resposta às questões de investigações. No final serão realizadas algumas considerações relativamente a este estudo, limitações e algumas recomendações.

Capítulo I – Introdução

Neste capítulo começa-se por apresentar um conjunto de considerações que orientam e contextualizam a investigação. Posteriormente é definido o problema que se pretende estudar, bem como as questões que o orientam, e respetivos objetivos.

1.1. Motivação e pertinência do estudo

Desde da década de 80 que tem vindo a aumentar a importância da resolução de problemas no ensino da matemática. Neste sentido, “a grande finalidade da matemática escolar é desenvolver nos alunos capacidades para usar a matemática eficazmente na sua vida diária: a resolução de problemas oferece uma oportunidade única de mostrar a relevância da matemática no quotidiano dos alunos” (Palhares, 2014, p. 7)

A resolução de problemas surge em todos os ciclos de ensino, desde o primeiro até ao ensino secundário, em parceria com os grandes temas da matemática como: números e operações, geometria, organização e tratamento de dados e álgebra. A capacidade de resolver problemas “faz parte da natureza humana, e ao longo da história, matemáticos, filósofos, psicólogos e educadores têm reconhecido a importância da resolução de problemas” (Palhares, 2004, p. 8).

Neste sentido, o atual Programa de Matemática para o ensino básico apresenta uma série de objetivos para cada ciclo, tendo como propósito o desempenho dos alunos “a partir do nível mais elementar de escolaridade, para a aquisição de conhecimentos de factos e de procedimentos, para a construção e o desenvolvimento do raciocínio matemático, para uma comunicação (oral e escrita) adequada à Matemática, para a resolução de problemas em diversos contextos e para uma visão da Matemática como um todo articulado e coerente” (Damião & Festas, 2013, p. 7).

Deste modo, torna-se importante, que os alunos desde o 1.ºciclo de escolaridade básica resolvam problemas que envolvam “a leitura e interpretação de enunciados, a mobilização de conhecimentos de factos, conceitos e relações, a seleção e aplicação adequada de regras e procedimentos, previamente estudados e treinados” (Damião & Festas, 2013, p. 8).

No entanto, segundo Palhares (2004), o processo de resolução de problemas é uma atividade extremamente complexa porque implica que a aplicação dos procedimentos esteja bem apreendida, em coordenação com os conhecimentos, experiências prévias, intuições, atitudes e conceções. Neste sentido, o autor defende que algumas conceções dos alunos podem dificultar o sucesso da resolução de problemas como, por exemplo, a conceção de que os problemas têm apenas uma solução e os problemas têm de ser rapidamente resolvidos. Também fatores emocionais e psicológicos podem influenciar o processo da resolução de problemas. "Outra das principais dificuldades na resolução de problemas reside na compreensão. Partindo do pressuposto de que para compreender é essencial relacionar, esta deve ser uma fase de extrema importância no ensino da resolução de problemas" (Palhares, 2004, p. 16).

A resolução de problemas da vida real permite à criança adquirir conhecimentos formais através de conhecimentos informais pré-adquiridos, "a criança, quando chega à escola, possui, desde logo, um riquíssimo conhecimento informal, baseado numa grande diversidade de capacidades e numa enorme variedade de interesses. A sua curiosidade e entusiasmo para explorar o mundo que a rodeia leva-a, sem esforço, a penetrar nos conceitos elementares e a desenvolver capacidades matemáticas" (Boavida et al., 2008, p. 37).

Segundo Freudenthal (1991), citado por Doorman (2007), o mundo real é uma fonte para iniciar o desenvolvimento de conceitos matemáticos. Neste seguimento, pode afirmar-se que a resolução de problemas utilizando a vida real assume uma grande importância no ensino da matemática, principalmente nos primeiros anos de escolaridade.

O objetivo deste relatório de estágio é a contribuição, de alguma forma, para a motivação dos alunos para a resolução de problemas da vida real. Desta forma, "*well chosen contextual problems offer opportunities for the students to develop informal, highly context-specific solution strategies, and are used to support mathematical concept building*" (Gravemeijer & Doorman, 1999, citado por Doorman, 2007, p. 4).

A presente investigação será desenvolvida no âmbito do Mestrado em Ensino do 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico (CEB), tendo em conta uma articulação entre as Unidades Curriculares Seminário de Investigação Educacional e Prática Pedagógica B2 (PPS2). A fim de possibilitar a realização desta investigação, delineou-se os objetivos, o problema e as questões de investigação.

1.2. Problema, objetivos e questões de investigação

A partir do exposto anteriormente, o grande desafio deste trabalho é conhecer e compreender as dificuldades dos alunos quando resolvem problemas da vida real.

Segundo a OCDE, “os alunos portugueses têm dificuldade em resolver problemas de matemática aplicados à vida real, […] apenas conseguem resolver problemas muito simples que não requerem um pensamento por antecipação e estão contextualizados em situações familiares” (citado por Jornal Notícias, 2014). Esta investigação tem como objetivos:

- Resolver problemas da vida real.
- Verificar as dificuldades dos alunos na resolução de problemas da vida real.
- Identificar as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas da vida real.
- Averiguar as atitudes dos alunos quando confrontado com problemas da vida real.
- Apurar os contributos dos problemas da vida real no estabelecimento de relações intra e interdisciplinares.

Em função dos objetivos e problema, apresentados anteriormente, pretendo responder às seguintes questões de investigação:

- Quais as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas da vida real?
- Qual a atitude dos alunos quando confrontados com problemas da vida real?
- Qual o contributo dos problemas da vida real no estabelecimento de relações intra e interdisciplinares?

Ao longo deste trabalho pretendo dar respostas às questões apresentadas anteriormente, dando algum contributo para melhoria do ensino da Matemática, uma vez que “a resolução de problemas constitui, em matemática, um contexto universal de aprendizagem. Neste sentido, deve estar sempre presente, associada ao raciocínio e à comunicação, e integrada naturalmente nos diversos tipos de atividades” (ME, 2011, citado por Palhares, 2004).

Capítulo II – Enquadramento teórico do estudo

Neste capítulo apresenta-se a fundamentação teórica que sustenta esta investigação, envolvendo cinco pontos principais: Literacia Matemática, Competência Matemática, o Problema, a Resolução de Problemas e o conceito de Adequação Didática. O primeiro ponto aborda o conceito de literacia matemática, literacia quantitativa e numeracia, bem como os elementos envolvidos nestes conceitos. O segundo foca-se no conceito de competência matemática e quais as caraterísticas essenciais que tornam um aluno matematicamente competente. O ponto quatro e quinto contemplam a definição de problema, contextualiza a resolução de problemas e finaliza com a definição e importância dos problemas da vida real. Finalmente, no último ponto menciona-se alguns aspetos pertinentes sobre a adequação didática das tarefas.

2.1. Literacia Matemática

A literacia matemática inclui para além do conhecimento matemático, a capacidade do indivíduo para usar e aplicar esse conhecimento e a vontade para o fazer.

> Deste modo, "hoje é amplamente aceite o carácter crucial e imprescindível da intervenção da escola na promoção da literacia científica e matemática das crianças e jovens para que todos os cidadãos possam participar ativa e adequadamente no planeamento e resolução de problemas e necessidades pessoais, profissionais e sociais, de forma que viabilize o desenvolvimento de modos de vida produtivos, mais justos e democráticos" (Tenreiro - Viera & Vieira, 2013, p. 163).

Assim, a educação em matemática deve promover a formação de cidadãos ativos, reflexivos e confiantes, facilitando a forma como lidam com a matemática para analisar e resolver problemas, raciocinar e comunicar. Neste sentido, «a matemática capaz de ajudar cada cidadão a lidar de forma eficaz com os aspetos quantitativos da vida não se restringe ao conhecimento de factos e ao domínio de técnicas de cálculo, têm sido usados termos como: "literacia matemática", "literacia quantitativa", "literacia numérica", "numeracia" e "competência matemática"» (Tenreiro - Viera & Vieira, 2013, p. 164).

Segundo o GAVE (2010), a literacia matemática é a "capacidade de um indivíduo identificar e compreender o papel que a matemática desempenha no mundo real, de fazer julgamentos bem fundamentados e de se usar e se envolver na resolução matemática de problemas da sua vida, enquanto cidadão construtivo, preocupado e reflexivo" (Carvalho, et al. 2011, p. 52).

Relativamente à numeracia, esta é entendida como uma competência que envolve compreensão do sistema de numeração e de informação recolhida e apresentada; domínio de técnicas de cálculo; confiança e à vontade com os números e com medidas; e capacidade para resolver problemas numa variedade de contextos (National Numeracy Strategy, 2002, citado por Tenreiro - Vieira & Vieira, 2013). Segundo os mesmos investigadores a numeracia é a utilização da matemática na resolução de problemas que surgem no dia a dia.

Alguns autores utilizam o termo literacia quantitativa. Segundo *National Adult Literacy Survey* (NCES, 1993), a literacia quantitativa é o conhecimento e as competências "necessárias na aplicação de operações aritméticas, isoladas ou sequenciais, à informação quantitativa surgida nos materiais impressos (por exemplo, fazer o balanço do saldo da conta bancária ou preencher um formulário) " (citado por Steen, 2002, p. 2002).

Para facilitar a compreensão da definição de literacia quantitativa, Steen (2002) define alguns elementos, tais como:

- À vontade na matemática, dada a facilidade com os conceitos e aplicação de métodos quantitativos.
- Valorização cultural, que se relaciona com a compreensão da natureza e a história da matemática, o seu papel na investigação científica e nos avanços tecnológicos, e a sua importância na compreensão de assuntos de domínio público.
- Interpretação de dados.
- Pensamento lógico, para analisar evidências, desenvolver um raciocínio, compreender argumentos, questionar hipóteses, detetar falácias e avaliar riscos.
- Tomar decisões, ou seja utilizar a matemática para tomar decisões e resolver problemas do dia-a-dia.
- Matemática contextualizada utilizando alguns métodos e ferramentas matemáticas em contextos específicos e significativos.

- Sentido do número, possuir um instinto aguçado relativamente ao significado dos números, confiança na realização de estimativas e senso comum na utilização dos números enquanto medidas.
- Competências práticas, ou seja saber resolver problemas quantitativos que surgem, com frequência, em casa ou no trabalho.
- Requisitos de conhecimento, possuir a capacidade de aplicar os conhecimentos de álgebra, geometria e estatística, que constituem pré-requisitos em várias áreas do ensino superior.
- Sentido do símbolo, ou seja estar à vontade na utilização de símbolos algébricos, ter facilidade na sua leitura e interpretação e conhecer bem as regras sintáticas a utilizar em frases matemáticas.

«Clarifique-se que a expressão "literacia matemática" é por nós aqui usada de forma inclusiva, porquanto sob essa designação são também contempladas perspetivas de autores que usam outras expressões como "literacia quantitativa" e "numeracia"» (Tenreiro - Vieira & Vieira, 2013, p.179).

Tendo em consideração a revisão efetuada anteriormente, tomam-se como referência as dimensões: conteúdo; processos/capacidades de pensamento e disposições/ atitudes e valores (Tabela 1) (Tenreiro - Vieira & Vieira, 2013).

Tabela 1 *- Dimensões: Conteúdos, Processos e disposições (Adaptado de Tenreiro - Vieira & Vieira, 2013)*

Conteúdo	– termos/vocabulário, conceitos, operações e relações; – sentido do número; – sentido do símbolo; – ideias importantes (conexões); – natureza da matemática; – história da matemática; – papel da matemática na investigação científica, nos avanços tecnológicos e na compreensão de assuntos domínio público
Processos/ Capacidades de Pensamento	– tomar decisões; – resolver problemas, incluindo formular problemas, planear e testar diferentes estratégias, justificar soluções e processos de resolução; – construir e expressar argumentos matemáticos; – analisar e avaliar argumentos matemáticos; – explicar, justificar e refletir sobre argumentos matemáticos; – comunicar informação numérica; – expressar-se, de diferentes formas, sobre assuntos com conteúdo matemático; – fazer juízos de valor matemáticos bem fundamentados; – interpretar informação apresentada de diferentes formas; – recolher e analisar evidência; – identificar padrões e relações; – detetar falácias; – questionar assunções; – fazer conjeturas; – fazer generalizações com rigor; – formular e testar hipóteses; – tirar conclusões lógicas a partir de dados; – reconhecer níveis de rigor usados em inferências; – construir e alternar entre diferentes tipos de representação; – manipular variáveis;

	– executar procedimentos de forma flexível, apropriada, precisa e eficaz.
Atitudes e Valores	– apreciar e gostar da matemática; – disposição para ver a matemática como uma disciplina sensível e útil em múltiplos contextos; – confiança para fazer matemática; – à vontade com a matemática; – envolver-se com a matemática (fazer e usar a matemática numa variedade de contextos e situações).

Competência Matemática

A Matemática permite contactar com as ideias e os métodos fundamentais para a mesma e apreciar o seu valor e a sua natureza, deste modo, desenvolve-se a capacidade de usar a matemática para analisar e resolver situações problemáticas, para raciocinar e comunicar, assim como a autoconfiança necessária para fazê-lo.

“Para o DEB (2011), ser matematicamente competente exige que, de forma integrada, se adquiram e se desenvolvam um conjunto de atitudes, de capacidades e de conhecimentos matemáticos, ao longo da escolaridade básica” (citado por Sardinha, Palhares & Azevedo, 2009, p. 212). Assim, pode-se afirmar que existem um conjunto de competências matemáticas essenciais a todas as pessoas na interpretação de diversas situações e na resolução de muitos problemas que encontramos no dia a dia.

De acordo com, Abrantes, Serrazina & Oliveira (1999) a competência matemática que integra estes aspetos desenvolve-se gradualmente, ao longo dos vários anos, e envolve a compreensão de um conjunto de noções matemáticas consideradas fundamentais (p. 37).

Segundo o mesmo autor, a competência matemática que todos devem desenvolver, durante o seu percurso na educação básica, abarca:

- a predisposição e a aptidão para raciocinar matematicamente;
- o gosto e a confiança pessoal em desenvolver atividades intelectuais que envolvem raciocínio matemático;
- a aptidão para discutir e comunicar com outras descobertas e ideias matemáticas através do uso de uma linguagem;

- a compreensão de noções como conjetura, teorema e demonstração, assim como a capacidade de examinar consequências do uso de diferentes definições;
- a predisposição para procurar entender a estrutura de um problema e a capacidade de desenvolver processos de resolução;
- a capacidade de decidir sobre a razoabilidade de um resultado e de usar, consoante os casos, o cálculo mental, os algoritmos de papel e lápis ou os instrumentos tecnológicos;
- a tendência para procurar "ver" e apreciar a estrutura abstrata que está presente numa situação, seja ela relativa a problemas do dia-a-dia, à natureza ou à arte.

Estas competências essenciais, referidas anteriormente, orientam a escolha das experiências educativas e a criação de oportunidades para o desenvolvimento gradual de todos os alunos ao longo do ensino básico.

> Concluindo, segundo Pugalee e Chamblee (1999), "o aluno matematicamente literado deve ser capaz de: construir e alternar entre várias representações (por exemplo: simbólicas, icónicas e pictoriais); compreender a complexidade e natureza de cálculos matemáticos, algoritmos e procedimentos; realizar, com êxito, cálculos e procedimentos; fazer conjeturas; recolher evidência e construir argumentos; tirar conclusões lógicas; identificar padrões e relações na análise de situações; justificar respostas e processos de solução; e resolver problemas" (Tenreiro-Vieira & Vieira, 2013, p. 174).

De acordo com os mesmos autores a intersecção de componentes ou dimensões comuns à literacia científica e literacia matemática mobilizam saberes, "em ação ou em uso no âmbito de diversos contextos e situações do quotidiano, desde o acompanhar o sentido de uma notícia, ler e compreender um artigo de divulgação científica, escrever e comunicar com os outros acerca de questões que envolvem a ciência e/ou a matemática – passando pela tomada de decisão e resolução de problemas pessoais" (p. 82).

2.2. Problemas e resolução de problemas

Dentro das diversas atividades/ tarefas que um professor pode utilizar numa sala de aula, encontra-se a resolução de problemas. Mas, o que é um problema?

Na década de 70, Kantowski (1974) refere que "um individuo está perante um problema quando se confronta com uma questão a que não pode dar resposta ou uma situação que não sabe resolver, usando o conhecimento imediatamente disponível" (citado por Palhares, 2004, p. 13).

Relativamente à década de 80, Pólya (1980) considera que mais que resolver determinada tarefa ou questão ter um problema é "procurar conscienciosamente alguma ação apropriada para atingir um objetivo claramente definido, mas não imediatamente atingível" (citado por Palhares, 2004, p. 13). Neste seguimento, "Lester (1983) define problema como sendo a tarefa para a qual o indivíduo ou grupo que deseja ou tem necessidade de encontrar uma solução, sem que haja um procedimento pronto e acessível que garante ou determine completamente o acesso à solução" (citado por Lopes, 2002, p. 9).

Alguns autores chegam a distinguir problema de exercício, referindo mesmo que o que pode ser um problema para um determinado indivíduo pode ser um exercício para outro. Tal como referia Lester (1983), "aquilo que é um problema para uma pessoa pode não ser para outra" (citado por Lopes, 2002, p. 9).

Assim sendo, "o problema difere de um exercício pelo facto de o aluno não dispor de um procedimento ou algoritmo que conduzirá com certeza a uma solução" (Kantowski, 1980, p. 195, citado por Lopes, 2002, p. 9).

Tal como referi anteriormente, na sala de aula podem desenvolver-se diversas atividades com objetivos distintos. Também, no âmbito da resolução de problemas podem-se explorar diferentes tipos de problemas que o professor deve selecionar de acordo com os fins em vista.

Contudo, existem inúmeras escalas de classificação de problemas, apresentando diferentes nomenclaturas utilizadas por diversos autores. No entanto, muitas delas, apesar de terem classificações distintas, apresentam caraterísticas coincidentes.

Em 1986, Charles e Lester propõem uma tipologia de problemas adequadas para o 1.º ciclo do ensino básico e que apresenta cinco tipos de problemas:

- Problemas de um passo – aplicação direta de uma das quatro operações básicas aritméticas (adição, subtração, multiplicação e divisão);
- Problemas de dois ou mais passos – aplicação direta de duas ou mais das quatro operações básicas da aritmética;

- Problemas de processo – só podem ser resolvidos através de uma estratégia de resolução;
- Problemas de aplicação – requerem uma recolha de dados acerca da vida real e a tomada de decisões;
- Problemas tipo *puzzle* – Estes problemas permitem o envolvimento dos alunos em situações que são potencialmente enriquecedoras; podem suscitar o seu interesse e habituá-los a "olhar" para os problemas sob diversos pontos de vista. (citado por Palhares, 2004).

O projeto GIRP (Vale, 2002) apresenta outra tipologia de problemas, diferindo dos autores anteriores apenas ao nível dos problemas tipo *puzzle*, apresentando quatro tipos de problemas:

- Problemas de processo – não se revolve por aplicação direta de um algoritmo, sendo necessário a utilização de uma estratégia;
- Problemas de conteúdo – requer a utilização de conteúdos programáticos;
- Problemas de aplicação – utiliza dados da vida real;
- Problemas de aparato experimental – utilização de um aparato experimental, sobre o qual o solucionador deve exercer as suas ações.

A resolução dos problemas

Num contexto social do quotidiano, a resolução de problemas é um processo através do qual os indivíduos identificam ou descobrem os meios mais eficazes de resolver conflitos com os quais são confrontados no dia a dia (Palhares, 2004).

De acordo com o mesmo autor, a resolução de problemas num contexto escolar é um processo que combina diversos elementos como, por exemplo, a organização da informação, o conhecimento das estratégias, as diferentes formas de representação, a tradução das linguagens, a aplicação dos conhecimentos, a tomada de decisões, entre outros.

Para Pólya (1980), " resolver um problema é encontrar uma saída da dificuldade, é encontrar um caminho à volta de um obstáculo, para obter um fim desejável, que não está disponível de imediato através de meios apropriados" (citado por Palhares, 2008, p.12).

Segundo Boavida et al. (2008), “um problema ou a sua resolução originam, na maior parte das vezes, problemas adicionais ou conceitos teóricos que por sua vez suscitam novos problemas matemáticos. Além disso, a resolução de problemas: proporciona o recurso a diferentes representações e incentiva a comunicação; fomenta o raciocínio e a justificação; permite estabelecer conexões entre vários temas matemáticos e entre a Matemática e outras áreas curriculares; apresenta a Matemática como uma disciplina útil na vida quotidiana” (p. 14).

Assim sendo, “*good problems and problem-solving tasks encourage reflection and communication and can emerge from the students environment or from purely mathematical contexts”* (NTCM, 2000, citado por Yeatts, Battista, M. & et al., 2004, p. 3). Resumindo, a reflexão é um importante aspeto no processo de resolução de problemas.

A resolução de problemas implica conhecimentos prévios, atitudes e conceções. “São importantes a memória, conhecimentos, factos específicos, o uso de uma grande variedade de capacidades e procedimentos e muitas outras capacidades no âmbito do domínio cognitivo e metacognitivo e domínio afetivo” (Palhares, 2004, p. 16).

Para Palhares (2004), a aprendizagem de resolução de problemas é complexa, uma vez que implica lembrar diversos aspetos, nomeadamente, a aplicação de procedimentos bem apreendidos. Diversos autores referem algumas explicações para as dificuldades dos alunos na resolução de problemas.

Segundo Schoenfeld (1985), o sucesso ou o fracasso de uma tentativa de resolver os problemas tem por base quatro competências:

1. os conhecimentos (ou os recursos) - são importantes os conhecimentos e os recursos que um solucionador de problemas tem à sua disposição;

2. as estratégias de resolução – é importante os que alunos tenham conhecimento das diversas estratégias de resolução de problemas;

3. a "metacognição", ou "monitoramento e auto-regulação" - plano dos solucionadores eficazes de problemas de manter o controle de algumas coisas;

4. as crenças – as crenças dos alunos sobre si mesmos e a natureza do empreendimento matemático, derivada das suas experiências com a matemática, moldando o próprio conhecimento que recorre da resolução de problemas e da forma como fazem ou não uso esse do conhecimento (citado por Schoenfeld, 2012).

Estratégias de resolução de problemas

A resolução de problemas impõe muito mais do que pensar matematicamente, interpretar e compreender corretamente o mesmo.

> "A resolução de problemas exige originalidade e criatividade, e o bom resolvedor deve ter determinadas caraterísticas como: capacidade para entender conceitos matemáticos e condições; habilidades para notar diferenças e analogias; habilidade para identificar elementos críticos, selecionar dados e procedimentos corretos; habilidades para notar detalhes irrelevantes; habilidades para cálculo e análise; capacidade para visualizar e interpretar factos qualitativos ou relações espaciais; habilidade para generalizar com base em alguns exemplos; destreza para trocar de método se este se mostrar inadequado; ter uma elevada autoestima, confiança, boas relações com os outros e pouca ansiedade nos testes" (Marilyn, 1980, citado por Lopes, 2002, p. 22).

Neste sentido, para resolver um problema, os alunos necessitam de o ler; compreender; traduzir os dados em linguagem matemática, efetuar os procedimentos necessários e verificar se a resposta final é plausível.

Contudo, será necessário utilizar alguns materiais que auxiliem na resolução de problema. Segundo Pólya (1977), são estes: analogias com outros problemas ou teoremas já demonstrados; recurso a problemas auxiliares; decomposição dos problemas; introdução de elementos auxiliares ao problema; uso de processos análogos aos usados na resolução de outros problemas (citado por Lopes, 2002).

Todavia, não existe um modelo único para resolver problemas e para ensinar problemas. Diversos autores propõe alguns modelos de resolução de problemas como, por exemplo, Pólya (1977), Guzmán (1990) e Fernandes, Vale, Fonseca, Pimentel (1998), apresentam uma adaptação ao modelo de Pólya (1977).

Pólya (1977) sugere quatro fases que constituem o processo de resolução de problema, sendo estas: i) compreender o problema – compreender o problema para tentar dar uma resposta, devendo dados serem identificados; ii) estabelecer um plano de resolução – delineiam um plano para chegar à solução, escolhem a estratégia adequada ao problema, tendo por base as experiências anteriores; iii) executar o plano – executa-se o plano que se elaborou na fase anterior, tendo por objetivo chegar à solução; iv) retrospetiva - verifica-se a solução obtida na fase anterior, verificando se está de acordo com os dados e as condições apresentadas no problema (citado por Palhares, 2008).

As quatro etapas de resolução de problemas de Guzmán (1990) citado por Lopes (2002):

1) Antes de fazer tenta entender;
2) À procura da estratégia;
3) Explora a estratégia;
4) Extrai o sumo do jogo e da tua experiência.

O modelo de resolução de problemas adaptado por Fernandes, Vale, Fonseca, Pimentel (1998) propõe uma adaptação do modelo de Polya (1977). Neste modelo, as fases dois e três do modelo de Polya aparecem juntas, uma vez que na prática é difícil fazer a sua distinção. Neste sentido, este modelo tem três fases, sendo elas:

1) Ler e compreender o problema – ler, identificar os dados e as condições da situação apresentada;
2) Fazer e executar o plano – escolhe-se as estratégias, organiza-se a informação e implementa-se as estratégias;
3) Verificar resposta – verifica-se se a solução encontrada está de acordo com a interpretação do problema (citado por Palhares, 2008).

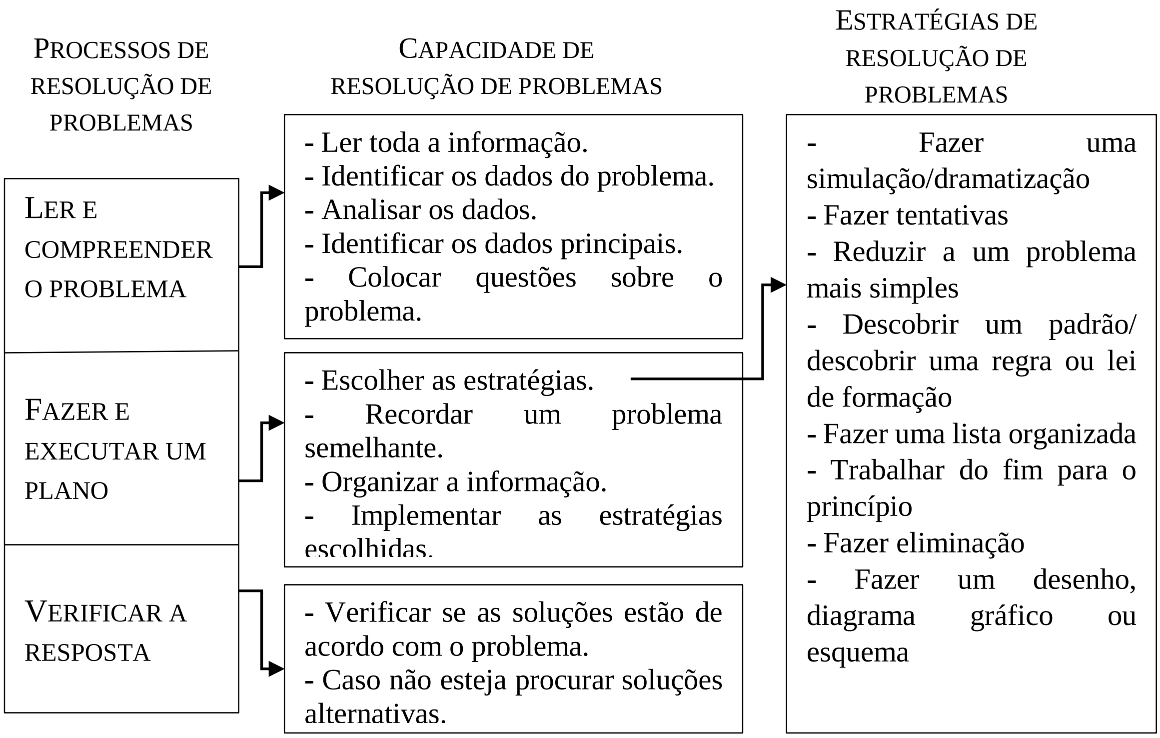
A seleção da estratégia a utilizar é considerada a etapa mais difícil da resolução de problemas (Lopes, 2002). Em todos os problemas, na fase de delineação do plano de resolução, têm de escolher a estratégia adequada ao mesmo, tendo por base as experiências adquiridas anteriormente.

«As estratégias de resolução de problemas também chamadas heurísticas gerais, correspondem a "operações mentais" aplicáveis a uma gama alargada de problemas. É importante que os alunos, particularmente do ensino básico, se familiarizem com uma grande variedade de estratégias de resolução» (Correia, 2005, p. 55). Estas estratégias podem ser aplicadas em diversos problemas, isoladamente ou combinadas com outras. Algumas das estratégias, que podem ser utilizadas no ensino básico, são:

- Fazer uma simulação/dramatização: simulação ou dramatização das condições dos problemas;
- Fazer tentativas: orientam o raciocínio e por vezes é a única estratégia possível;
- Reduzir a um problema mais simples;

- Descobrir um padrão/ descobrir uma regra ou lei de formação: procura de regularidades;
- Fazer uma lista organizada: listagem organizada que permite esgotar todos os casos possíveis;
- Trabalhar do fim para o princípio: esta estratégia exige a reversibilidade de pensamento e o conhecimento das operações inversas;
- Fazer eliminação;
- Fazer um desenho, diagrama gráfico ou esquema: estratégia útil em combinação com outras estratégias (Palhares, 2004; Correia, 2005).

Assim, podemos sintetizar as ideias principais para resolver um problema num modelo que está traduzido no esquema 1.



***Esquema 1** - Modelo de resolução de problemas de Pólya (Adaptado de Palhares, 2004)*

2.3. Problemas da vida real

A matemática pode ser aplicada no nosso dia a dia como, por exemplo, no desporto, na engenharia, na medicina, na administração pública e doméstica, entre outras atividades da vida social. Alguns autores defendem que é sempre possível relacionar a matemática com a vida real. Por exemplo, em 1982 em Inglaterra surgiu o relatório

Cockroft (Mathematics Counts), defendendo que a resolução de problemas inclui a aplicação da Matemática a situações do dia a dia e deveria constituir uma das atividades fundamentais a desenvolver no ensino desta disciplina.

Doorman (2007) refere que "*in order to solve these larger problem-solving tasks, students must understand and interpret the available information, recognize important elements that are represented and make connections to the real world situation*" (p. 407).

No entanto, "na aprendizagem da Matemática, tal como sugere Skovsmose (2001), os alunos precisam de trabalhar com diversos contexto – realísticos, de semi-realidade e matemáticos" (Ponte & Quaresma, 2012, p. 214).

Para Freudenthal (1991) "a realidade é o que é experienciado como real pelo alunos, ou seja, as situações que eles compreendem e a que atribuem significado, e onde se incluem situações puramente matemáticas, ao lado de situações extra-matemáticas, que se pode referir à atividade da vida corrente, mas também a objetos imaginários como dragões, fadas e monstros" (citado por Ponte & Quaresma, 2012, p. 200). Assim, os contextos dos problemas desempenham um papel fundamental no sucesso dos alunos.

Segundo Gravemeijer e Doorman (1999), os problemas contextuais bem escolhidos oferecem oportunidades para os alunos desenvolverem, informalmente, estratégias de solução de contexto específico e que são utilizados para apoiar no ensino da matemática (citado por Doorman, 2007).

Nesta perspetiva, o uso de situações contextualizadas é fundamental para servir de base à aprendizagem da Matemática, tal como defende o Freudenthal (1991) citado por Doorman (2007) ao referir que o mundo real é uma fonte para iniciar o desenvolvimento de conceitos matemáticos. "*Rather than beginning with specific abstractions or definitions to be applied later, one must start with rich contexts demanding mathematical organization or, in other words, contexts that can be mathematized*" (Freudenthal, 1991, citado por Godino et al., 2014, p. 4).

> "Um dos conceitos básicos da Matemática Realista é a ideia de Freudenthal (1971; 1968) da matemática como uma atividade humana. Como se observa, para ele a matemática não era o corpo de conhecimento matemático, mas a atividade de resolver problemas e encontrar problemas e, mais geralmente, a atividade de organizar a disciplina da realidade ou da própria matemática, ao que ele chamou matematização. Em termos

inequívocos, Freudenthal explicou como lidar matemática: Nenhuma matemática sem matematização" (citado por HeuvelPanhuizen, 2009).

Freudenthal (1993) citado por Cobb, Qing Zhao & Visnovska (2008) considera a matematização um processo chave para a matemática por três razões: é uma atividade importante para os matemáticos; promove aplicabilidade, familiarizando os alunos com uma abordagem matemática no seu dia a dia; relaciona-se diretamente com a ideia de reinvenção, um processo em que os alunos formalizam os seus conhecimentos informais e intuições.

Treffers (1978, 1987) citado por HeuvelPanhuizen (2009) refere duas formas de matematização num contexto educacional, distinguindo entre matematização horizontal e vertical. De um modo geral, o significado dessas duas formas de matematização é a seguinte: no caso da matematização horizontal, “ferramentas” matemáticas são apresentadas e utilizadas para organizar e resolver um problema da vida real; e matematização vertical, representa todos os tipos de reorganização e operações realizadas pelos alunos no próprio sistema matemático (Figura 1). Neste sentido, Gravemeijer & Doorman (1999) referem que “horizontal mathematization refers to the processo f describing a context problem in mathematical terms – to be able to solve it with mathematical activity. […] Through vertical mathematization, the student reaches a higher level of mathematics” (p. 117).

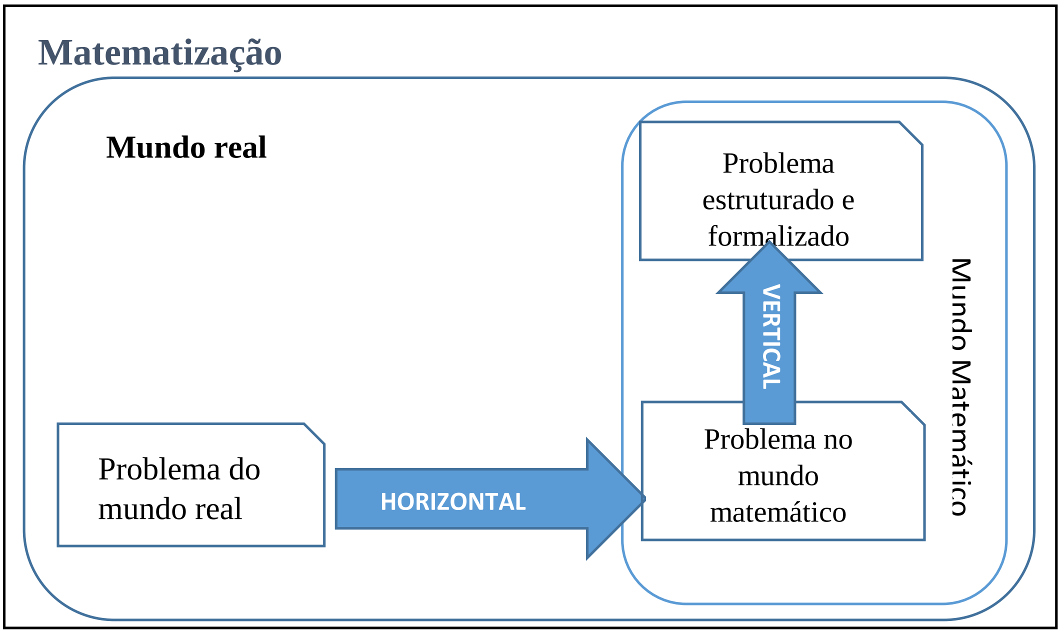


Figura 1 *– Representação do processo de matematização (Adaptado de Ferrão, 2012)*

Contudo, Doorman (2007) considera que a reforma na matemática, no sentido da matemática realista, resultou numa nova geração, na escola primária, de livro didático com resolução de problemas, mas aos problemas matemáticos não-rotineiros quase não lhes foi dada atenção nestes livros didáticos. A reforma trouxe alguns problemas realistas complexos em que as crianças tinham de descobrir, por exemplo, de entre várias subscrições de jornais qual era a mais barata e quanto custa para organizar uma festa de aniversário (p. 409). "*As in the textbooks, non-routine problems are also not included in the Cito test, taken by 90% of the sixth-graders at the end of primary school (Cito is the national institute for assessing educational progress). This test, through which children get access to the higher levels of secondary school, only consists of routine problems in a multiple choice format*" (Doorman, 2007, p. 409).

Tendo por base o anteriormente referido, o Programa de Matemática do ensino básico (Ponte et al., 2007) e Currículo Nacional do Ensino Básico (M. E., 2001) realçam a importância de realizar conexões com o dia a dia no ensino da Matemática.

> "Uma componente essencial da formação matemática é a compreensão de relações entre ideias matemáticas, tanto entre diferentes temas de Matemática como no interior de cada tema, e ainda de relações entre ideias matemáticas e outras áreas de aprendizagem (a música, as artes visuais, a natureza, a tecnologia, etc.). As atividades que permitam evidenciar e explorar estas conexões devem ser proporcionadas a todos os alunos. Um aspeto importante será o tratamento e exploração matemáticos de dados empíricos recolhidos no âmbito de outras disciplinas, nomeadamente as áreas das Ciências Físicas e Naturais, a Geografia e a Educação Física" (M. E., 2001, p. 70).

Assim sendo, existem diversos tipos de problemas da vida real com que podemos lidar no ensino da Matemática. Os problemas de aplicação, como designa Vale (2002) os problemas a vida real, admitem, muitas vezes, mais do que uma solução e requerem normalmente, na sua resolução: (i) a recolha de dados e a tomada de decisões sobre a vida real; (ii) a utilização de uma ou mais operações aritméticas e (iii) a aplicação e utilização de uma ou mais estratégias de resolução. Salienta-se que problemas requerem uma ou mais estratégias de resolução, utilizam dados da vida real fornecidos ou recolhidos pelo indivíduo que se propõe a resolver o problema e nos quais a tomada de decisões é fundamental na análise de dados. Para além disso, podem admitir uma ou mais soluções, podendo a sua resolução demorar várias horas ou até mesmo dias.

> “*The framework comprises a set of aspects of real-life situations that are reasoned to be important to consider in the simulation of real-world situations. A restriction of comprehensiveness is always necessary. It is not possible to simulate all aspects involved in a situation in the real world and consequently it is not possible to simulate out-of-school situations in such a way that the conditions for the solving of the task will be exactly the same in the school situation*” (Palm, 2009, p. 8).

Tendo por base o anteriormente descrito, Palm (2009) desenvolveu um quadro conceptual para a análise chamado “situações autênticas” (Tabela 2).

Tabela 2 - *Aspetos importantes em simulação de situações reais (Adaptado de Palm, 2009)*

A. Evento	F. Circunstâncias F1. Disponibilidade de ferramentas externas F2. Orientação F3. Consulta e colaboração F4. Discussão das oportunidades F5. Tempo F6. Consequências
B. Questão	
C. Informação C_1. Existência C2. Realismo C3. Especificidade	
D. Apresentação D1. Modo D2. Linguagem	
E. Estratégias de solução E1. Disponibilidade E2. Experiências plausíveis	G. Soluções H. Proposta de um contexto figurativo

É de salientar que Palm (2009) abrange aspetos importantes das situações da vida real, essencialmente ao nível do contexto – o contexto de trabalho dos alunos na tarefa, que surge sobretudo no ponto F.

Ponte & Quaresma (2012) referem que no PISA (Programme for International Student Assessment) as situações apresentadas foram organizadas em quatro grandes grupos: i) as situações pessoais que se relacionam diretamente com as atividades em que os alunos se envolvem no seu dia-a-dia; ii) as situações educacionais ou profissionais que aparecem na vida de um aluno na escola, ou num local de trabalho; iii) as situações públicas relacionadas com a comunidade local ou alargada exigem que os alunos observem alguns aspetos do seu ambiente; iv) as situações científicas são mais abstratas e podem incluir o entendimento de um processo tecnológico, de uma situação teórica ou um problema matemático explicito (p. 205).

"As situações reais são extraídas diretamente do dia-a-dia do aluno e as questões e atividades matemáticas fazem referência à Matemática e só a ela" (Ponte & Quaresma, 2012, p. 212).

Neste sentido, para desenvolver na sala de aula conexões com a realidade, as experiências anteriores dos alunos e os seus focos de interesse são uma ótima fonte de trabalho existindo exemplos de atividades que os alunos fazem ao longo de todo o dia e que podem ser explorados do ponto de vista das conexões com a Matemática (Boavida, 2008).

De acordo com a mesma autora, uma das possíveis atividades a realizar, envolve algumas aulas de Estudo Meio utilizando a germinação das sementes e estabelecendo relações com a Matemática.

As tarefas propostas consistem em várias etapas distintas. A primeira tem por objetivo a conceção e desenvolvimento, pelos alunos, de um projeto de plantação que envolva a germinação de sementes e bolbos. Ao longo do projeto, o(a) professor(a) pode ir colocando perguntas que levem os alunos a pensar matematicamente sobre o que estão a fazer: Quantas sementes deve ter cada um, se todos tiverem o mesmo número?

Uma situação mais complexa pode envolver, implicitamente, a multiplicação e a divisão: ao pretender que cada aluno tenha cinco sementes e sabendo que em cada pacote há 20 sementes, quantos pacotes precisamos de comprar?

No final, as perguntas podem suceder-se, sem qualquer constrangimento: Qual é a diferença entre a altura destas duas plantas? Comparando a altura da planta hoje, com a da última segunda-feira, quantas unidades de comprimento tem a mais? Como se identifica a planta que cresceu o mesmo, em cada semana? Quanto é que a planta vai crescer entre hoje e a próxima sexta-feira?

Desta forma, "o professor ajudar os alunos a estabelecerem conexões matemáticas, de modo a que considerem a Matemática como uma teia de relações, fortemente ligada a outras áreas curriculares e ao mundo que os rodeia, e não como uma Ciência isolada, inacessível e fechada sobre si mesma" (Boavida, 2008, p. 58).

2.3.1. O PISA e os problemas da vida real

O estudo PISA foi lançado pela Organização para o Desenvolvimento e Cooperação Económico (OCDE), em 1997. Os resultados obtidos nesse estudo permitem monitorizar, de uma forma regular, os sistemas educativos em termos do desempenho dos alunos, no contexto de um enquadramento conceptual aceite internacionalmente.

"*The findings allow policy makers around the world to gauge the knowledge and skills of students in their own countries in comparison with those in other countries, set policy targets against measurable goals achieved by other school systems, and learn from policies and practices applied elsewhere*" (OCDE, 2014, p. 2014).

O PISA testou em 2012, pela primeira vez, a capacidade dos alunos conseguirem resolver os problemas diários. Através de um teste em que era pedido aos alunos que usassem um aparelho de música (MP3) (Figura 3) ou uma máquina de bilhetes de comboio, o quinto relatório do PISA 2012 tentou perceber se os alunos conseguiam aplicar os seus conhecimentos de matemática em tarefas diárias. Tal como refere a OCDE, no relatório "*Creative Problem Solving: Students' skills in tackling real-life problems – Volume V*" (2014), "*a majority of PISA 2012 problem solving tasks correspond to interactive problems. The prevalence of interactive problems in the PISA 2012 assessment reflects their importance in the real world*" (p. 29).


LEITORES DE MP3

Reino da Música, Especialistas em MP3		
Leitor de MP3	Auscultadores	Altifalantes
155 zeds	86 zeds	79 zeds

Questão 2: LEITORES DE MP3 PM904Q02

A Olívia adicionou os preços do leitor de MP3, dos auscultadores e dos altifalantes na sua calculadora.

A resposta que obteve foi 248.

248

A resposta obtida pela Olívia está errada. Ela cometeu um dos erros seguintes. Qual dos erros é que ela cometeu? Rodeia A, B, C ou D.

A Adicionou um dos preços duas vezes.
B Esqueceu-se de incluir um dos três preços.
C Não escreveu o último algarismo de um dos preços.
D Subtraiu um dos preços em vez de o adicionar.

LEITORES MP3: CRITÉRIOS DE CODIFICAÇÃO Q 2

OBJECTIVO DA QUESTAO:

Descrição: Identificar a causa de um erro cometido ao introduzir, numa calculadora, dados para adicionar três quantias monetárias

Domínio matemático: Quantidade

Contexto: Pessoal

Processo: Empregar

Figura 2 *- Exemplo de um item do PISA 2012 - Problema do dia a dia*

O quadro PISA, para avaliar as competências da resolução de problemas, orientou o desenvolvimento da avaliação e definiu os parâmetros para comunicação dos resultados. O enquadramento identifica três aspetos distintos: a natureza da situação-problema, os processos envolvidos em cada tarefa de resolução de problemas, e o contexto do problema. Os principais elementos da resolução de problemas encontram-se resumidos na tabela 3.

Tabela 3 *- Principais caraterísticas da resolução de problemas do PISA (OCDE, 2014)*

Natureza da situação problema É toda a informação necessária para resolver a problema	▪ **Interativa:** nem todas as informações são divulgadas; alguma informação tem de ser descoberta através da exploração da situação-problema.	
	▪ **Estática:** toda a informação relevante para a solução do problema é divulgado no início.	
Processo de resolução de problemas Quais são os principais processos cognitivos envolvidos na tarefa?	▪ **Explorar e compreender** as informações fornecidas no problema	
	▪ **Representação e formulação:** a construção gráfica e tabelas, representação da situação simbólica ou verbal do problema e formular hipóteses sobre os fatores relevantes e relacionamento entre eles.	
	▪ **Planeamento e execução:** a elaboração de um plano, definindo metas e submetas, e execução de etapas sequenciais identificadas no plano.	
	▪ **Monitorização e reflexão:** monitorar o progresso, reagindo aos comentários, e refletindo sobre a solução, as informações fornecidas com o problema, ou a estratégia adotada.	
Contexto do problema Em que cenário e inserido o problema todos os dias?	▪ **Cenário:** o cenário envolve um dispositivo tecnológico?	- Tecnológico (envolve dispositivo tecnológico)
		- Não tecnológico
	▪ **Foco:** qual o ambiente que o problema se relaciona?	- Pessoal (o estudante, a família ou pares)
		- Social (a comunidade ou sociedade em geral)

O teste do PISA 2012, que testou, pela primeira vez, a capacidade de os alunos conseguirem resolver problemas do dia a dia colocou os alunos portugueses em 20º lugar, numa lista de 44 países. Em Portugal participaram 5772 alunos que colocaram o país com uma pontuação de 494 pontos. A média da OCDE é de 500 pontos, uma diferença que não é considerada estatisticamente relevante. A lista dos 44 países envolvidos é liderada pelos asiáticos: Singapura, Coreia e Japão que são os países mais bem classificados (com 562, 561 e 552 pontos, respetivamente).

Nos últimos lugares surgem o Uruguai (403), a Bulgária (402) e a Colômbia (399), segundo o relatório "Resolução Criativa de Problemas: As competências dos alunos para lidarem com os problemas da vida real".

Tabela 4 - *Desempenho nacional teste do PISA (OCDE, 2014)*

	All students													
	Below Level 1 (below 357.77 score points)		Level 1 (from 357.77 to less than 420.07 score points)		Level 2 (from 420.07 to less than 482.38 score points)		Level 3 (from 482.38 to less than 544.68 score points)		Level 4 (from 544.68 to less than 606.99 score points)		Level 5 (from 606.99 to less than 669.30 score points)		Level 6 (above 669.30 score points)	
	%	S.E.	%	S.E.	%	S.E.	%	S.E.	%	S.E.	%	S.E.	%	S.E.
Portugal	8,9	(0,8)	16,0	(1,0)	22,8	(0,9)	24,0	(0,8)	17,7	(0,9)	8,5	(0,7)	2,1	(0,3)
OECD total	9,1	(0,2)	16,9	(0,3)	23,3	(0,3)	22,2	(0,3)	16,5	(0,3)	8,6	(0,2)	3,3	(0,1)

Olhando para o desempenho nacional, observável na tabela 4, apenas 10,6% dos jovens portugueses que participaram no estudo conseguiram resolver os problemas mais complexos, ficando abaixo da média da OCDE (11,9%).

Um em cada cinco alunos portugueses (24,9%) não conseguiu resolver as questões, tendo ficado abaixo do nível dois (numa escala de seis valores).

2.4. Conceito de adequação didática

A adequação didática de um processo de instrução define-se, segundo Godino (2011), como a articulação coerente e sistémica das seis componentes seguintes: epistémica, cognitiva, mediacional, emocional, interativa e ecológica. A Figura 5 resume as principais características dessa noção. A adequação didática de um processo de instrução é definida como a articulação coerente e sistemática dos seis componentes seguintes (Godino, Batanero & Font, 2007):

- Adequação epistémica refere-se aos significados institucionais e socioculturais;
- Adequação cognitiva, expressa o grau com os significados pretendidos, bem como a proximidade dos significados pessoais alcançados;
- Adequação interacional, um processo de ensino-aprendizagem tem maior adequação se as configurações de interação e percursos educativos permitem, por um

lado, identificar potenciais conflitos semióticos e, em parte, resolver os conflitos produzidos durante o processo instrucional;

- Adequação mediacional, grau de disponibilidade e adequação de materiais e recursos necessários para o desenvolvimento do processo de ensino-aprendizagem.
- Adequação afetiva, refere-se ao "grau de implicação, interesse e motivação" dos alunos num processo de ensino.
- Adequação ecológica, o grau em que o processo de estudo está em conformidade com o plano de escola, escola e sociedade e as limitações do ambiente em que opera (intra e inter relações sociais).

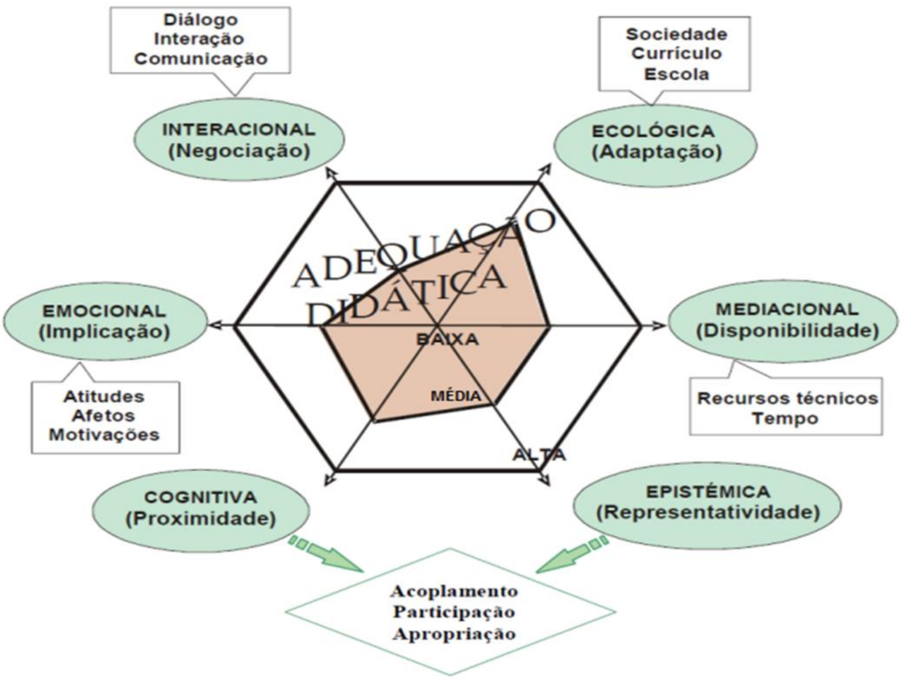


Figura 3 *- Adequação didática*

"*Representamos mediante un hexágono regular la idoneidad correspondiente a un proceso de estudio pretendido o planificado, donde a priori se supone un grado máximo de las idoneidades parciales. El hexágono irregular interno correspondería a las idoneidades fectivamente logradas en la realización de un proceso de estudio implementado. Situamos en la base las idoneidades epistémica y cognitiva al considerar que el proceso de estudio gira alrededor del desarrollo de unos conocimientos específico*" (Godino, 2011, p. 6).

Atendendo ao enfoque do estudo a análise dos critérios de adequação supramencionados situar-se-á nas dimensões epistémica, cognitiva, afetiva e ecológica.

De seguida apresentam-se os quadros de análise, relativos às quatro das componentes que compõem a adequação didática, constituindo o quadro de referência de uma das etapas desta investigação.

Segundo Godino (2011), a dimensão epistémica é o grau de representatividade que têm os significados institucionais implementados ou pretendidos com respeito a um significado de referência. Do ponto de vista matemático e da sua aprendizagem é necessário analisar que conteúdos matemáticos aparecem e que com frequência e, ainda, qual é o modelo implícito que se assume numa atividade ou num grupo de atividades. Na tabela 5 incluímos alguns componentes e indicadores relevantes que permitem operacionalizar a noção de adequação epistémica.

Tabela 5 *- Adequação epistémica (Fonseca, 2013)*

Componentes	Indicadores
Situações-problema	- Se apresenta uma amostra representativa e articulada de situações-problemas que permitam contextualizar, exercitar, ampliar e aplicar o conhecimento matemático a situações da própria matemática ou de outros contextos. - Se propõe situações de generalização de problemas (problematização).
Linguagem	- Se usa diferentes modos de expressão matemática (verbal, gráfica, simbólica...), para traduzir problemas e ideias matemáticas analisando a pertinência e potencialidades de um ou outro tipo de representação e realizando processos de tradução entre os mesmos. - Se propõe situações de expressão matemática e interpretação, que permitam ao estudante usar as suas próprias representações para organizar, registar e comunicar ideias. - Nível de linguagem apropriada para os estudantes a que se dirige.
Regras (Definições, proposições, procedimentos)	- Os procedimentos são claros e corretos, e estão adaptados ao nível educativo a que se dirigem; - Apresentam-se os enunciados e procedimentos fundamentais do tema para o nível educativo dado;

	- Propõem-se situações onde os alunos têm que generalizar ou negociar definições proposições ou procedimentos.
Argumentos	- Se favorece a argumentação e a prova dos enunciados e proposições matemáticas através de diversos tipos de argumentos e métodos de prova. - Se promovem situações em que os estudantes têm de conjeturar sobre relações matemáticas, se as investigam e justificam. - As explicações, verificações e demonstrações são adequadas ao nível educativo a que se dirigem.
Relações	- Se favorece o estabelecimento e uso de conexões entre as ideias matemáticas (problemas, representações, conceitos, procedimentos, propriedades, argumentos). - Os conteúdos matemáticos apresentam-se e estudam-se como um todo organizado. - Se reconhece e aplica as ideias matemáticas em contextos não matemáticos.

Segundo Fonseca (2013), "para obter uma alta adequação epistémica será necessária a seleção e adaptação de situações-problemas ou tarefas ricas. Além disso, também requerem atenção, como propõe o EOS, as várias representações ou meios de expressão, definições, procedimentos, proposições e justificações das mesmas" (p. 60). As tarefas devem oferecer aos estudantes diferentes abordagens e representações elevando-os conjeturar, interpretar e justificar as soluções obtidas.

De acordo com Godino (2011) a dimensão cognitiva refere-se à adequação dos conteúdos implementados (intencionalmente) aos alunos. Na tabela 6 apresentamos alguns componentes e indicadores relevantes que permitem operacionalizar a noção de adequação cognitiva.

Tabela 6 - *Adequação cognitiva*

Componentes	Indicadores
Conhecimentos prévios	- Os alunos têm o fundo necessário para o estudo do assunto (têm sido estudados anteriormente)

	- O conteúdo pretendido pode ser alcançado (com uma dificuldade ultrapassável), nas suas diversas componentes.
Adaptações curriculares para as diferenças individuais	- Atividades de expansão e reforço estão incluídos - Acesso e realização de todos os alunos é incentivada
Aprendizagem	- Os diferentes modos de avaliação indicam que os estudantes ganham a posse de conhecimento, compreensão e competências destinadas: - Compreensão concetual e proposicional; competência comunicativa e argumentativa; fluência processual; consciência situacional; competência metacognitiva - A avaliação tem em conta os diferentes níveis de compreensão e competência - Os resultados das avaliações são divulgados e utilizados para tomar decisões.

De acordo com o mesmo autor, a adequação emocional do processo em questão é baseado no grau de envolvimento, interesse e motivação dos alunos.

Na tabela 7 apresentamos alguns componentes e indicadores relevantes que permitem operacionalizar a noção de adequação afetiva.

Tabela 7 *- Adequação afetiva*

Componentes	Indicadores
Interesses e necessidades	- As tarefas são de interesse para os alunos - Situações para avaliar a utilidade da matemática na vida quotidiana e profissional são propostas
Atitudes	- Promove a participação em atividades, perseverança, responsabilidade, etc. - Os argumentos em situação de igualdade são favorecidos; o argumento é valorizado em si mesmo e não quem o diz.
Emoções	- Promove a auto-estima, evitando rejeição, medo ou fobia de matemática.

	- As qualidades de beleza e precisão da matemática são realçadas.

A dimensão ecológica diz respeito à medida em que um plano ou atividade de treino para aprender matemática é adequada dentro do ambiente em que é usada. Por ambiente entendemos tudo o que está fora da sala de aula referindo-se a qualquer coisa que é geralmente determinado pela sociedade, escola, ensino, ensino da matemática. O processo de estudo ocorre sobre um contexto educacional que define metas e valoriza a educação para os cidadãos e profissionais a serem observados. Essas metas e valores são interpretados e especificados no plano da escola ou departamento que coordena as ações dos diferentes professores envolvidos.

Em suma, refere-se ao nível de adequação de um método, para aprender matemática, no contexto onde se desenvolve; contexto este que inclui todos os fatores (tanto os de dentro como os de fora da aula). Esta dimensão inclui as diretrizes curriculares, conexões intra e interdisciplinares e fatores de ordem social e material.

Na tabela 8 apresentamos alguns componentes e indicadores relevantes que permitem operacionalizar a noção de adequação ecológica.

Tabela 8 *- Adequação ecológica (Fonseca, 2013)*

Componentes	Indicadores
Adaptações ao currículo	- Se o conteúdo, implementação e avaliação correspondem às diretrizes curriculares. - Se inclui atividades de ampliação e reforço no final do tema.
Abertura para a inovação didática	- Inovação baseada na investigação e na prática reflexiva - Integração de novas tecnologias (calculadoras, computadores, TIC, etc) no projeto educativo.
Adaptação socioprofissional e cultural	- O conteúdo contribui para a formação sócio-profissional dos estudantes.
Educação em valores	- Se contempla a formação em valores democráticos e do pensamento crítico.
Conexões intra e interdisciplinares	- Os conteúdos relacionam-se com outros conteúdos intra e interdisciplinares.

Nas secções anteriores, identifiquei alguns indicadores para as quatro adequações que me proponho a utilizar, usei estes conceitos ao nível da planificação.

Capítulo III - Enquadramento Metodológico do Estudo

Neste capítulo, tendo em conta as questões e os objetivos da investigação, define-se e descreve-se o procedimento metodológico adotado. Inicialmente fundamenta-se a opção metodológica, seguida da caracterização dos participantes, apresentação das fases do estudo e, finalmente, apresentam-se os métodos e instrumentos de recolha e tratamento de dados utilizados.

3.1. Opção metodológica

A investigação é importante para todos os seres humanos desenvolverem o seu conhecimento científico. Esta é "uma atividade de natureza cognitiva que consiste num processo sistemático, flexível e objetivo de indagação e que contribui para explicar e compreender os fenómenos sociais" (Coutinho, 2014, p. 7)

A presente investigação em educação tem por base as questões e os objetivos enunciados no capítulo I. Sendo assim, torna-se relevante definir a metodologia, os métodos e as técnicas de recolha de dados, de modo a orientar a busca das respostas às interrogações iniciais.

Neste sentido, tendo em conta autores com a perspetiva de Coutinho (2014), a presente investigação enquadra-se num estudo de caso, uma vez que «se trata de um plano de investigação que envolve o estudo intensivo e detalhado de uma entidade definida: o "caso"» (Coutinho, 2014, p. 335). Bogdan e Biklen (1994) referem que um estudo de caso visa conhecer uma entidade bem definida como, por exemplo, uma pessoa, uma instituição, um curso, uma disciplina, um sistema educativo ou qualquer outra unidade social. Assim sendo, "no estudo de caso […] examina-se o caso […] em detalhe, em profundidade, no seu contexto natural, reconhecendo-se a sua complexidade e recorrendo-se, para isso, a todos os métodos que se revelem apropriados" (Gómez, Flores & Jimenez, 1996; Puch, 1998; Yin, 1994; citado por Coutinho, 2014).

Coutinho (2014) propõe cinco caraterísticas-chave de um estudo de caso, tendo por base autores como Crewell (1998) e Yin (1994):

1. O estudo de caso é um sistema limitado. Neste sentido, tem fronteiras definidas e a primeira tarefa do investigador é defini-las, de forma clara e precisa.

2. É um caso sobre algo, que se tem de identificar para conferir o foco e a direção da investigação.

3. Preocupação em preservar o carácter "único, específico, diferente, complexo do caso" (Mertens, 1998, citado por Coutinho 2014).

4. A investigação decorre em ambiente natural.

5. O investigador recorre a fontes múltiplas de dados e métodos de recolha muito diversificado.

Desta forma, a presente investigação é empírica (Yin, 1994), tendo objetivos e focos bem definidos, que depende fortemente do trabalho de campo não experimental e que se baseia em fontes de dados variados. Neste sentido, procuro identificar as estratégias utilizadas pelos alunos do 2.º A, da Escola do 1.º Ciclo de Esgueira, na resolução de problemas da vida real e descrever quais as suas principais dificuldades na resolução dos mesmos. Para descrever os fenómenos pretendidos, a investigadora utiliza diversos métodos de recolha e depende de um grande trabalho de campo. Segundo Yin (2014) o estudo de caso tem três princípios básicos: explorar, descrever ou ainda explicar (Coutinho, 2014).

Bogdan & Biklen (1994), Punch (1998) e Yin (1994) propõem uma divisão básica entre estudo de caso único e estudo de caso múltiplo. A presente investigação é um estudo de caso único, sendo o seu caso a turma do 2.ºA, da Escola Básica do 1.º Ciclo de Esgueira. Esta escolha deve-se ao facto de ser a turma com a qual a investigadora se desenvolver a sua Prática Pedagógica B2. De acordo com Coutinho (2014), esta investigação é um estudo de caso único de modalidade comunitária, pois estuda uma comunidade.

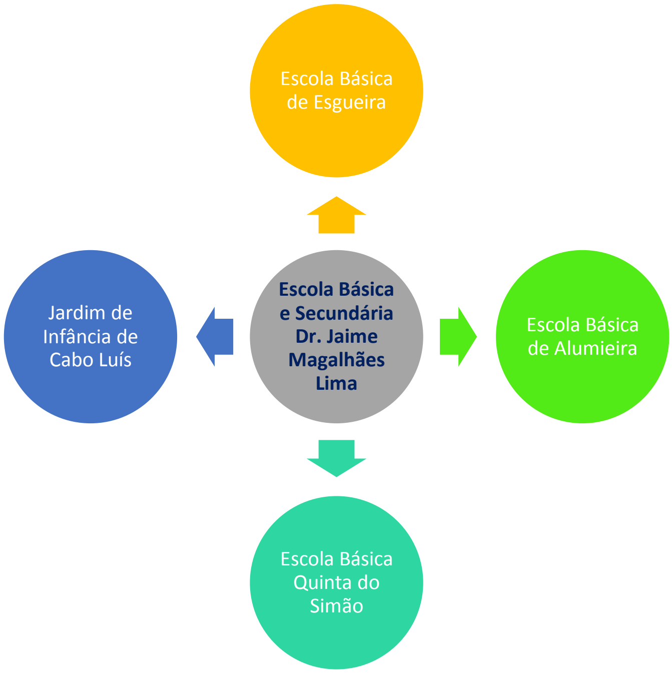
3.2. Caraterização dos participantes e do contexto de investigação

A investigação foi realizada com diversos participantes que foram fundamentais para a realização da mesma. Esta investigação foi desenvolvida no Agrupamento de Escolas de Esgueira, do distrito de Aveiro.

O Agrupamento de Escolas de Esgueira foi criado em Julho de 2012, na sequência da reorganização da rede escolar, enquadrada pela publicação do Decreto-Lei (DL) N.º 137/2012, de 2 de Julho, que altera o DL N.º 75/2008, de 22 de Abril, passando a agregar a Escola Secundária Dr. Jaime Magalhães Lima e o anterior Agrupamento de Escolas de Esgueira, cuja sede era a Escola Básica Aires Barbosa.

Segundo o Plano Educativo do Agrupamento, na sequência deste processo de agregação, o novo Agrupamento de Escolas de Esgueira, com sede na Escola Básica e Secundária Dr. Jaime Magalhães Lima, passou a ter a seguinte organização: Escola Básica e Secundária Dr. Jaime Magalhães Lima (sede), Escola Básica de Esgueira, Escola Básica de Alumieira, Escola Básica Quinta do Simão, Jardim de Infância de Cabo Luís.

Em março de 2014, por despacho, a Escola Básica Aires Barbosa e a Escola Secundária Dr. Jaime Magalhães Lima deram origem a um único estabelecimento de ensino que passou a designar-se por Escola Básica e Secundária Dr. Jaime Magalhães Lima e o Agrupamento passou a ter uma nova configuração (Esquema 2).



***Esquema 2** - Organograma do Agrupamento de Escolas de Esgueira*

Com objetivo de analisar as estratégias e as dificuldades dos alunos na resolução de problemas da vida real, a escolha recaiu sobre a turma do 2.º A, da Escola Básica do 1.º Ciclo de Esgueira.

A turma é composta por 23 alunos, dos quais dois são repetentes, 21 transitaram do 1.º para o 2.º Ano, no ano letivo de 2013/14. Estes alunos têm entre 7 e 8 anos distribuídos por ambos os géneros (Tabela 9).

Tabela 9 *- Distribuição por género e idade os alunos da turma*

Idade \ Género	**Masculino**	**Feminino**
7	6	6
8	5	6

Nesta turma estão três alunos sinalizados com Plano de Acompanhamento Pedagógico (PAG), cujas medidas passam por apoio educativo e ensino individualizado. Tratam-se de alunos que, apesar de terem concluído o 1.º Ano com sucesso, evidenciam lacunas que não lhes permite estar ao nível dos restantes, pelo que houve a necessidade de se tomarem medidas individualizadas. Nesta turma há, ainda, dois alunos que beneficiam de apoio especial e estão identificados como sendo Alunos com Necessidades Educativas Especiais (NEE). Segundo o PAT, ambos os alunos beneficiam das seguintes medidas educativas preconizadas nos Programas Educativos Individuais (PEI): apoio pedagógico personalizado (art.º 17.º); adequações no processo de matrícula (art.º 19.º), matrícula na escola Unidade; CEI – Currículo Específico Individual (art.º 21.º); tecnologias de apoio (art.º 22.º). Estes alunos com NEE frequentam a sala da turma do 2.ºA nas atividades de Estudo do Meio e Expressões, enquanto que, nas áreas de Matemática e Português são acompanhados pela Unidade de Ensino para Alunos com Perturbações do Espetro do Autismo, em sala própria. Por este motivo, estes dois alunos não participaram na investigação, apesar de fazerem parte desta turma.

As atividades dos alunos da turma não são restritas à escola. Há 12 alunos que frequentam Atividades de Tempos Livres (ATL) e Ocupação de Tempos Livres (OTL) em instituições públicas e privadas. Estes alunos participam sobretudo em atividades desportivas, tais como, *ballet*, natação, karaté, dança, música e basquetebol.

Sobre o agregado familiar, constata-se que a maior parte dos alunos vive com o pai e a mãe, em simultâneo. No entanto, há seis alunos que vivem apenas com a mãe e um com o pai. Este último vive com o pai e a sua companheira (com dois filhos).

Em relação às profissões dos pais é possível aferir que existem três pais e quatro mães desempregados. Este facto torna-se relevante visto que existe um aluno com o pai e a mãe desempregados. De resto, no seio parental, pode-se identificar diferentes profissões (segurança, técnico de eletricidade, montador, soldador, professor, funcionário público, mecânico, polícia, serralheiro, operário fabril, bancário, motorista e responsável de produção) e mães (assistente operacional, auxiliar de idosos, professora, advogada, assistente administrativa, operária fabril, massagista, técnica de compras, gestora de projetos e empregada metalúrgica).

Após a análise das profissões destaca-se de quatro pais cujas habilitações são o 4º Ano de escolaridade. Ao invés, há nove pais cujas habilitações literárias ascendem ao Ensino Superior. Dos restantes, seis pais concluíram com êxito o Ensino Secundário e todos os outros frequentaram apenas o Ensino Básico. Através da correção dos trabalhos que os alunos levam para casa verifica-se que são poucos os pais que conseguem ajudar os seus educandos nas tarefas. A sua ajuda poderia ser fundamental para o sucesso educativo, principalmente nos casos dos alunos com maiores dificuldades.

O aproveitamento da turma, no primeiro e segundo período, à disciplina de matemática, no geral foi positivo, como demonstra o gráfico 1.

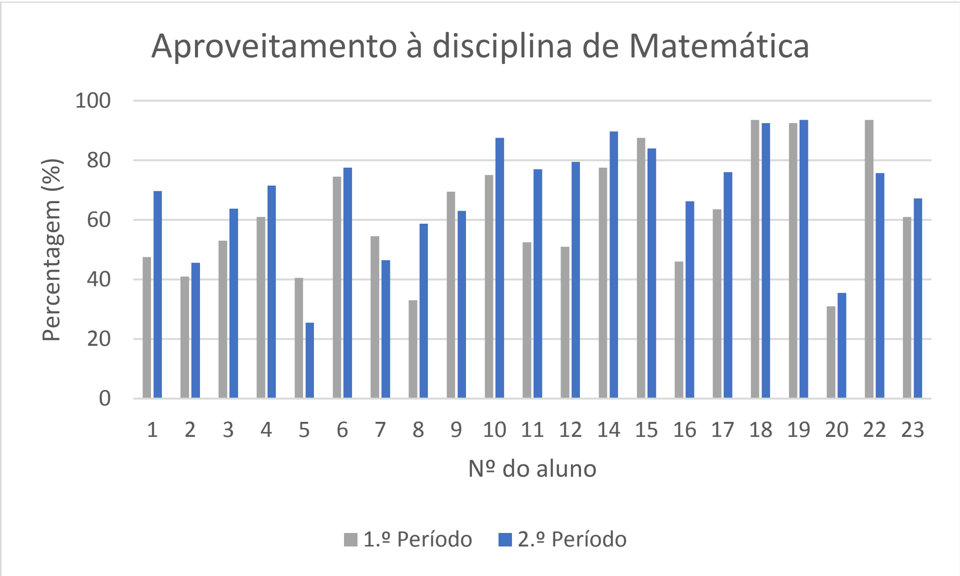


Gráfico 1 *- Aproveitamento dos alunos na disciplina de Matemática*

De acordo com o gráfico 1, é possível observar que o aproveitamento dos alunos foi superior no 2.º período e, também, a percentagem de negativas no 2.º período é inferior. Então, no 1.º período 23, 8% dos alunos tiveram negativa e no 2.º período foi 19% dos alunos. Contudo, de acordo com as categorias da análise da professora titular da turma, Ana Paula Gonçalves, o número de negativas tem alguma expressão em ambos os períodos.

As intervenções da investigação foram realizadas em contexto de sala de aula, principalmente na disciplina de Matemática, durante as aulas Prática Pedagógica B2 da investigadora e do seu companheiro de prática, Rui Santos. A organização da sala de aula obedece a um conjunto de condições. Assim, a sala tem 13 mesas organizadas em "U", para que os alunos consigam movimentar-se de forma ordenada, chegando com facilidade ao material. Destas 13 mesas, existem quatro que ficam isoladas das restantes, dentro do "U" (Apêndice 1), em local mais aproximado da secretária da professora, de forma a permitir à professora conseguir aceder aos alunos que tem vindo a apresentar maiores dificuldades. Por outro, lado isola alunos cuja apetência para falar para o colega do lado é maior.

Os alunos assumem o papel principal na investigação, e por razões de anonimato, serão designados por A1, A2, A3, …, A23.

3.3. Fases da investigação

A presente investigação desenvolveu-se entre Setembro de 2014 e Junho de 2015 decorrendo em parceria com a Prática Pedagógica do 2.º semestre, durante cinco fases bem definidas (Tabela 10).

Tabela 10 *- Fases da investigação*

1.ª Fase	Escolha do tema da investigação, problemática, objetivos e questões de estudo às quais se pretende dar resposta.
2.ª Fase	Recolha, análise e registo da informação encontrada na literatura em torno da temática em estudo, tendo em vista os problemas construídos e a análise e discussão dos dados.
3.ª Fase	Caraterização do contexto educativo e dos participantes e construção dos problemas reais, com base na informação recolhida sobre o contexto e a turma que vai ser objeto de estudo.
4.ª Fase	Definição das técnicas e instrumentos de análise de dados e implementação dos problemas criados. Recolha de dados.
5.ª Fase	Análise de dados e conclusões finais.

As diversas fases da investigação foram distribuídas pelos noves meses de Seminário de Investigação Educacional (Tabela 11).

__Tabela 11__ - Distribuição das fases de investigação

Fases	Out.	Nov.	Dez.	Jan.	Fev.	Mar.	Abr.	Mai.	Jun.
1.º									
2.º									
3.º									
4.º									
5.º									

A primeira fase decorreu entre os meses de outubro e novembro de 2014, na qual se pondera a problemática, o tema, os objetivos e as questões sobre as quais pretende-se dar resposta. Nesta fase procura-se ser o mais específico possível. Tal como refere Cardona Maltó (2002) citado por Coutinho (2014) “é desejável que a definição do problema seja o mais específica possível contendo os aspetos essenciais do estudo, ou seja fazer referência ao que se estuda (objeto de investigação), com quem se vai levar a cabo a investigação (sujeitos) e como se estuda o problema (definição de variáveis) ” (p. 50).

A segunda fase iniciou-se no mês de novembro e prolongando-se até final de janeiro, com revisões pontuais *à posteriori*. Ao longo deste período, realiza-se uma revisão da literatura sobre o tema de natureza teórica e da metodologia a adota na investigação. “A revisão da literatura consiste na identificação, localização e análise de documentos que contêm informação relacionada com o tema de uma investigação específica” (Coutinho, 2014, p. 59). Segundo a mesma autora, o objetivo desta revisão é situar o estudo no contexto e estabelecer um vínculo entre o conhecimento existente sobre o tema e o problema que se pretende investigar.

Na terceira fase, decorrida entre fevereiro e março de 2015 realiza-se a construção e planificação dos problemas para o estudo, tendo em conta as orientações curriculares do programa da disciplina e procurando, para os mesmos uma forte contextualização. Nesta fase, surgiram os problemas 1 e 2 no âmbito da visita de estudo realizada pela turma no dia 13 de março ao Museu do Brinquedo[1], Museu do Pão em Seia[2] e o problema 3 foi adaptado da revista Teaching Children Mathematics. Volume 10, Nunber 7[3].

Posteriormente, na quarta fase desta investigação, decorrida entre março e maio de 2015, procede-se a implementação dos problemas construídos na fase anterior e a recolha e análise de dados. No processo de recolha de dados num estudo de caso, segundo Yin (1994), é importante respeitar três princípios básicos:

- Usar múltiplas fontes de evidências;
- Construir, ao longo do estudo, uma base de dados;
- Formar uma cadeia de evidências (citado por Coutinho, 2014, p. 342).

Contudo, a análise dos dados "está presente nas várias fases da pesquisa, tornando-se mais sistemática e formal após o encerramento da coleta de dados" (André, 2008, p. 54). Esta análise tem em conta os objetivos do estudo na medida em permite ao investigador retirar as conclusões para a quinta fase, decorrida entre os meses de maio e junho.

3.4. Técnicas e instrumentos de recolha de dados

No estudo de caso, as técnicas e instrumentos escolhidos são determinantes para a implementação do estudo e o "investigador deve assegurar que os métodos e técnicas de recolha de informação são utilizados de forma a obter informação suficiente e pertinente" (Meirinho & Osório, 2010, p. 59).

Segundo os mesmos autores, o investigador deve recolher dados através de múltiplas fontes e em diversos momentos. Desta forma, será possível o cruzamento ou triangulação da informação (Coutinho, 2014).

"Assim, qualquer descoberta ou conclusão em um estudo de caso provavelmente será muito mais convincente e acurada se baseada em várias fontes distintas de informação, obedecendo a um estilo corroborativo de pesquisa" (Yin, 2005, p. 126, citado por Meirinho & Osório, 2010, p. 59). Neste sentido, o investigador ao utilizar as diversas fontes de recolha de dados permite assegurar diferentes perspetivas dos participantes e

[1] http://www.cm-seia.pt/index.php/que-visitar/museu-do-brinquedo
[2] http://www.museudopao.pt/
[3] Adaptado de: Kosbob, S. & Moyer P. (2004). Picnicking with Fractions. *Teaching Children Mathematics*. Volume 10, Nunber 7, p. 375- 380

obter díspares “medidas” do mesmo fenómeno, criando condições para a triangulação dos dados (Coutinho, 2014).

Segundo Stake (1999) citado por Meirinho & Osório (2010), a triangulação é “um processo que utiliza múltiplas perspetivas para clarificar significados, na medida em que observações adicionais podem ser úteis na revisão da interpretação do investigador. É, também, conforme o mesmo autor, uma das características de um bom estudo qualitativo” (p. 60). Assim, a recolha de dados é um procedimento da investigação e para a qual é necessário escolher a técnica e o instrumento de recolha adequados ao estudo, tendo em vista a análise e as conclusões Deste modo, esta triangulação verifica-se neste estudo através do cruzamento de dados dos vários instrumentos e técnicas de investigações utilizadas.

Contudo, antes de referir as técnicas e os instrumentos utilizados é necessário diferenciar os dois conceitos. Segundo o dicionário de língua portuguesa, técnica significa um “conjunto de processos baseados em conhecimentos científicos, e não empíricos, utilizados para obter certo resultado” (Infopédia). A palavra tem origem grega (*tékhne*) cuja tradução é arte. A técnica, portanto, confundia-se com a arte, tendo sido separada desta ao longo dos tempos (Wikipedia). Pardal & Correia (1995) consideram a técnica como “um instrumento de trabalho que viabiliza a realização de uma pesquisa” que, através da execução do conjunto de operações de um método, permite confrontar o corpo de hipóteses com a informação colhida na amostra (verificação empírica) (p.48).

No que se refere a instrumento, o dicionário da língua portuguesa classifica como sendo "tudo o que serve para executar algum trabalho ou fazer alguma observação" (Infopédia).

Assim, durante todas aulas em que implementou a investigação procurou-se recolher dados, com o objetivo de responder às questões referidas na parte introdutória desta investigação, que cito agora novamente:

- Quais as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas da vida real?
- Qual a atitude dos alunos quando confrontados com problemas da vida real?
- Qual o contributo dos problemas da vida real no estabelecimento de relações intra e interdisciplinares?

Na tabela 12 observa-se as técnicas e instrumentos utilizados ao longo desta investigação, bem como os momentos de aplicação de cada um deles.

Tabela 12 *- Tabela das técnicas e instrumentos utilizados na recolha de dados (Coutinho, 2014)*

Técnicas	**Instrumentos**	**Momentos de aplicação**
Observação não estruturada	Diário de bordo	Em todas as aulas onde se resolveram os problemas
Inquérito	Entrevista	Em todas as aulas onde se resolveram os problemas
Análise documental	Documentos escritos produzidos pelos alunos	Em todas as aulas onde se resolveram os problemas

3.4.1. Observação

A observação consiste no registo de unidades de interações numa determinada situação bem definida naquilo que o investigador/observador vê e ouve (Coutinho, 2014, p.136). Segundo a mesma autora, a observação pode ser, segundo a dimensão estrutural, de três formas: não estruturada, mista e estruturada.

"No caso da observação estruturada, o investigador parte para o terreno com um protocolo de observação pré-definida e estruturado em função das dimensões que pretende observar, e mesmo tomar a forma de escalas numéricas" (Kumar, 2011, citado por Coutinho, 2014, p.137).

Nesta investigação a observação será não estruturada, " o investigador parte para o terreno apenas com uma folha de papel onde regista tudo o que observa, são as chamadas notas de campo extensivas, traduzidas em narrativas e registos detalhados, como é o caso dos diários de bordo (Bogdan & Biklen, 1994, citado por Coutinho, 2014, p. 138). Para Coutinho (2014), "o diário de bordo constitui um dos principais instrumentos do estudo de caso" (p. 341). Rodríguez *et al.* (1999) vai mais além referindo que "o diário é um instrumento reflexivo e de análise, onde o investigador regista, não apenas, as notas de campo, mas também as suas reflexões sobre o que vê e ouve" (citado por Meirinho & Osório, 2010, p. 62). Em suma, o diário de bordo apoia o investigador no desenvolvimento do seu estudo e nas suas conclusões.

3.4.2. Inquérito

O inquérito é uma técnica de investigação que permite a recolha de informação diretamente de um interveniente da investigação através de um conjunto de questões organizadas segundo uma determinada ordem. É uma das técnicas mais utilizadas, pois permite obter informação sobre determinado fenómeno, através da formulação de questões que refletem atitudes, opiniões, perceções, interesses e comportamentos de um conjunto de indivíduos (Tuckman, 2000, citado por CampusWikiUa, 2010).

O inquérito pode ser por questionário e/ou por entrevista. "A entrevista adquire bastante importância no estudo de caso, pois através dela o investigador percebe a forma como os sujeitos interpretam as suas vivências" (Coutinho, 2014, p. 314). A investigadora com este instrumento pretende obter informação que nunca seria conseguida com o questionário e pede esclarecimentos adicionais aos inquiridos. Neste estudo, a investigadora realiza a entrevista durante a resolução dos problemas tendo em vista a perceção de alguns aspetos inerentes à resolução dos mesmos. Para auxiliar a entrevista, a investigadora utiliza um guião (Apêndice 2).

Para Pardal & Correia (1995), o questionário é um conjunto de questões estruturadas com o fim de obter dados das pessoas a quem se dirige. O questionário pode ser de administração direta quando é o próprio inquirido a registar as opções de resposta e de administração indireta quando é o próprio investigador que preenche em função das respostas dadas pelo respondente.

3.4.3. Análise documental

A definição de análise documental tem sido exposta por diferentes investigadores e estudiosos do tema. Contudo, diferentes matrizes e aspetos centrais tem prevalecido ao longo de algumas décadas. Vickery (1970) refere que esta técnica responde a três necessidades informativas dos utilizadores, sendo estas (i) conhecer o que os outros investigadores têm feito sobre uma determinada área/assunto; (ii) conhecer segmentos específicos de informação de algum documento em particular e (iii) conhecer a totalidade de informação relevante que exista sobre um tema específico (citado por CampusWikiUa, 2010).

No caso deste estudo, a investigadora pretende conhecer segmentos específicos das produções escritas dos seus alunos, durante a resolução dos problemas do dia a dia propostos em sala de aula. Em cada uma das atividades realizadas procedeu-se à recolha dos registos realizados pelos alunos. Durante a realização das mesmas, cada aluno registou o processo que percorreu para chegar ao resultado do problema.

Todos os documentos recolhidos são de extrema importância para a investigação, uma vez que esta tem por base a análise dos procedimentos utilizados durante as atividades matemáticas.

3.5. Análise de dados

A análise de dados recaiu sobre as interações realizadas durante e após a realização das atividades. As produções escritas dos alunos, bem como os registos realizados no diário de bordo contribuíram para a análise de dados, sendo complementadas pelas entrevistas realizadas.

Os instrumentos foram analisados separadamente. Nas produções escritas a investigadora observou as estratégias utilizadas, dificuldades dos alunos e os problemas foram resolvidos corretamente. Tendo em vista a perceção as dificuldades dos alunos, a investigadora procede a uma triangulação de informação entre os vários instrumentos utilizados na recolha de dados, uma vez que, apenas nas produções, não é visível a maior parte das dificuldades.

De salientar que, para que fosse possível uma análise e um tratamento mais detalhados dos dados obtidos por meio dos registos escritos dos alunos, dos quais fazem parte as representações por eles elaborados, procedeu-se à digitalização dos trabalhos dos alunos. Desta forma, pretendeu-se analisar de uma forma mais detalhada os registos e os relatórios dos alunos. Para facilitar a análise dos dados transcreveu-se os registos do diário de bordo e entrevistas para formato Word.

Capítulo IV – Problemas da vida real

Este capítulo apresenta os princípios gerais que orientam os problemas que servem de base a este estudo, bem como a planificação realizada, as tarefas propostas, possíveis resoluções e estratégias a utilizar.

4.1. Contexto dos problemas

Esta investigação foca-se na concretização de problemas matemáticos, realizados no 1.º ciclo, visando investigar quais as estratégias e dificuldades dos alunos aos resolverem problemas da vida real. A resolução de problemas, segundo o Programa de Matemática de 2007, é uma

> "capacidade matemática fundamental, considerando-se que os alunos devem adquirir desembaraço a lidar com problemas matemáticos e também com problemas relativos a contextos do seu dia-a-dia e de outros domínios do saber. Trata-se de ser capaz de resolver e de formular problemas, e de analisar diferentes estratégias e efeitos de alterações no enunciado de um problema. A resolução de problemas não só é um importante objetivo de aprendizagem em si mesmo, como constitui uma atividade fundamental para a aprendizagem dos diversos conceitos, representações e procedimentos matemáticos" (p. 9).

O contexto dos problemas foi a visita de estudo realizada pelos alunos do 2.ºA da Escola Básica de Esgueira ao Museu do Brinquedo e Museu do Pão, ambos localizados em Seia.

O primeiro museu apresenta uma coletânea de cerca de 8000 brinquedos de Portugal e do Mundo, do passado ao presente e assim, serve como uma lembrança da infância e de como cresceram os indivíduos e comunidades. O museu nasceu com o objetivo de popularizar o conhecimento entre o grande público e muito especialmente entre as jovens gerações, relembrando a todos aqueles que o visitam, que os brinquedos, além de serem fonte de alegria são, também, um elemento valioso para o pleno desenvolvimento da criança.

Relativamente ao segundo museu, Museu do Pão, é privado e é um local onde se exibem e preservam as tradições, história e arte do pão português. Está situado em Seia, junto à Serra da Estrela, onde o visitante pode encontrar uma gama de atividades destinadas à cultura, pedagogia e lazer. Através de quatro salas expositivas e de vários outros espaços do complexo museológico, poderá conhecer os antigos saberes e sabores da terra portuguesa.

Após a realização da visita aos locais anteriormente referidos, a investigadora organizou uma pasta de problemas à parte desta, ou seja, a visita serviu de contextualização para o desenho dos problemas do estudo.

4.2. Planificação dos problemas

Os problemas propostos para os alunos resolverem estão divididos em três grandes problemas, que por sua vez se subdivide em algumas alíneas. Estes problemas têm como objetivos: observar as resoluções dos alunos, estratégias utilizadas e dificuldades dos mesmos. Ambos os problemas são contextualizados com situações reais, uma vez que "os contextos dos problemas propostos aos alunos desempenham um papel central. Segundo Gravemeijer (2005), os alunos devem começar por trabalhar em contextos específicos. Começam assim a elaborar modelos que inicialmente surgem como modelos de (situações concretas)" (citado por Ponte & Quaresma, 2012, p. 201).

Para a auxiliar a planificação destes problemas utilizei o modelo Polya e alguns indicadores da adequação didática, mais precisamente da adequação epistémica e cognitiva. Deste modo, os problemas apresentados neste capítulo terão a seguinte configuração: situação-problema, compreensão do problema (dados e linguagem), elaboração de um plano (soluções possíveis) e a avaliação.

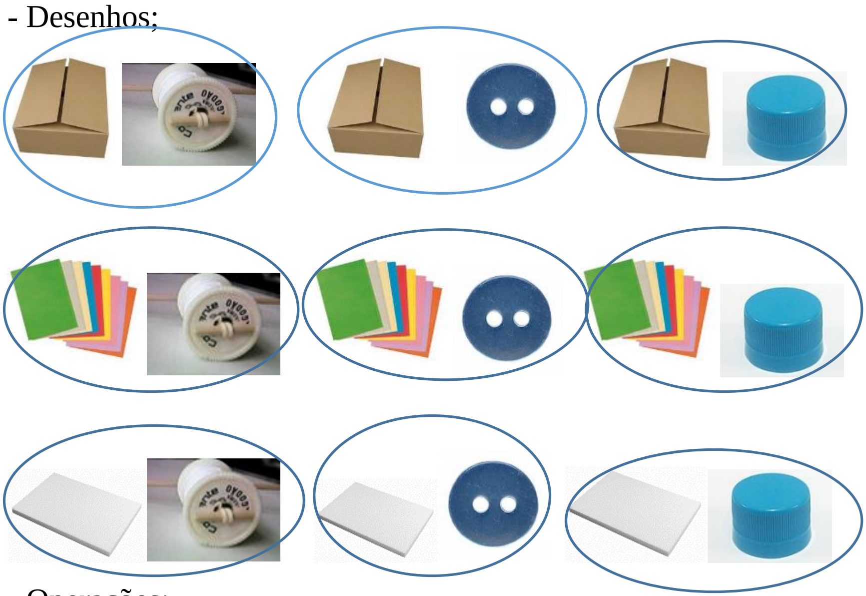
O problema 1 – Construção do carro brinquedo – surgiu no âmbito da visita de estudo ao Museu do Brinquedo. Neste conjunto de tarefas propostas no problema 1, como o objetivo final de construção de um carro brinquedo, relaciona-se diversos conceitos matemáticos com o caráter lúdico, levando estes a serem capazes de criar estratégias intuitivas na resolução de problemas do seu dia a dia, que mais tarde passem a estratégias formais e estruturadas. Sendo assim, este primeiro problema terá uma objetivo fundamental, familiarizar os alunos com uma abordagem matemática no seu dia a dia.

Este problema encontra-se subdividido em 6 tarefas. A primeira alínea do problema 1 insere-se no domínio "Número e Operações", subdomínio multiplicação e descritor de desempenho "resolver problemas de um ou dois passos envolvendo situações multiplicativas nos sentidos aditivo e combinatório" de acordo com as Metas Curriculares para o Ensino Básico.

De acordo com a tabela 13, neste problema verifica-se pelo menos quatro estratégias diferentes e todas elas possíveis para este problema. A finalidade desta alínea é descobrir quantos carros diferentes podemos obter com os materiais disponíveis para a turma.

Tabela 13 *- Problema 1 - Resolução da alínea 1.1.*

Situação-problema 1.1	Para a construção do carro tens à tua disposição os seguintes materiais: • carroçaria - caixas de cartão, cartolina ou esferovite; • rodas - carrinhos de linha, botões ou tampas de plástico de garrafões. Com os materiais existentes, quantos carros brinquedo diferentes podes construir? Explica o teu raciocínio através de esquemas, cálculos ou palavras.
Compreensão	Linguagem: gráfica, numérica e pictórica.
	Dados: 3 materiais diferentes para a carroçaria 3 materiais distintos dos anteriores para as rodas
Elaboração de um plano (possíveis soluções)	- Diagrama de árvore; Caixas de cartão → Carinho de linhas (1) Caixas de cartão → Botões (2) Caixas de cartão → Tampas de plástico de garrafões (3) Cartolina → Carrinho de linhas (4) Cartolina → Botões (5) Cartolina → Tampas de plástico de garrafões (6) Esferovite → Carrinho de linhas (7) Esferovite → Botões Esferovite → Carrinho de linhas

<table>
<tr>
<td></td>
<td>- Desenhos;

- Operações;
$3 \times 3 = 9$
Tabela:
<table>
<tr><th></th><th>Caixas de cartão</th><th>Cartolina</th><th>Esferovite</th></tr>
<tr><td>Carrinhos de linha</td><td>(CL, CC)</td><td>(CL, C)</td><td>(CL, E)</td></tr>
<tr><td>Botões</td><td>(CC, B)</td><td>(C, B)</td><td>(E, B)</td></tr>
<tr><td>Tampas de plástico de garrafões</td><td>(TG, CC)</td><td>(C,TG)</td><td>(E, TG)</td></tr>
</table>

9 possibilidades de carros brinquedo</td>
</tr>
<tr>
<td>Avaliação</td>
<td>Verificar se as soluções estão de acordo com o problema.

Possível resposta: Posso construir 9 carros brinquedo diferentes.</td>
</tr>
</table>

A alínea seguinte, tal como na anterior, insere-se no domínio “Número e Operações”, subdomínio multiplicação e descritor de desempenho “resolver problemas de um ou dois passos envolvendo situações multiplicativas nos sentidos aditivo e combinatório” de acordo com as Metas Curriculares para o Ensino Básico.

De acordo com a tabela 14, neste problema verificam-se várias resoluções e respostas dos alunos, tendo em conta que existem, pelo menos, três estratégias diferentes e todas elas possíveis para a resolução deste problema. A finalidade desta alínea é descobrir que carros podem construir com os materiais disponíveis, não ultrapassando os 100 cêntimos.

Tabela 14 *- Problema 1- Resolução da alínea 1.2*

Situação-problema 1.2	Para a construção do carro, a professora dispõe, no máximo, de 100 cêntimos para cada aluno. A tabela seguinte apresenta o preço de cada material. Indica duas possíveis construções de carro brinquedo. (Atenção: Para a construção precisas de apenas um material para a carroçaria e outro para as rodas e não podes ultrapassar os 100 cêntimos.) Explica o teu raciocínio através de esquemas, cálculos ou palavras.
Compreensão do problema	Linguagem: gráfica, numérica e pictórica.
	Dados: - Carroçaria: Caixa de cartão (55 cêntimos); cartolina (35 cêntimos); esferovite (60 cêntimos). - Rodas: Botões (50 cêntimos); carrinho de linhas (40 cêntimos); tampas de garrafão (20 cêntimos).
Elaboração de um plano (possíveis soluções)	- Tentativa erro; Exemplo (1) $40 + 55 = 95\surd \quad 40 + 60 = 100\surd \quad 50 + 55 = 105 \times$ Exemplo (2) $40 + 35 = 75\surd \quad 50 + 35 = 85\surd\ 50 + 60 = 110 \times$ - Palavras; Exemplo (1) Carrinho de linhas e caixa de cartão Botões e Cartolina Exemplo (2) Carrinho e linha e cartolina Tampas de plástico de garrafão e esferovite - Operações;

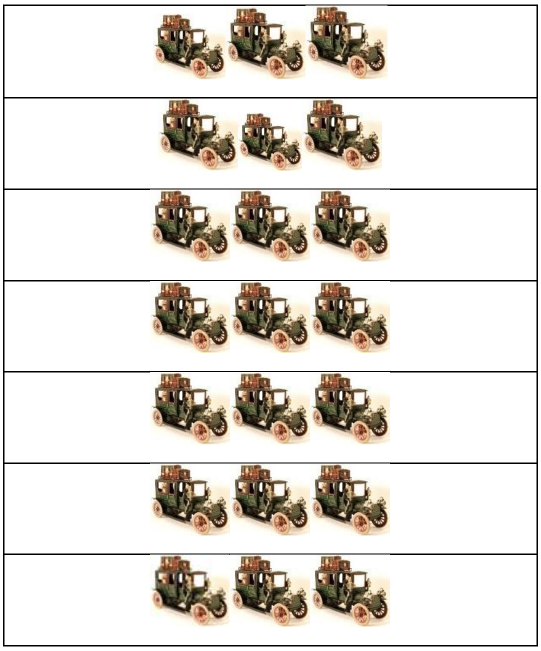
<table>
<tr>
<td></td>
<td>Exemplo:
$40 + 35 = 75$
$50 + 35 = 85$
- Tabela;
<table>
<tr><td></td><td>Caixas de cartão (55)</td><td>Cartolina (35)</td><td>Esferovite (60)</td></tr>
<tr><td>Carrinhos de linha (40)</td><td>95</td><td>75</td><td>100</td></tr>
<tr><td>Botões (50)</td><td>~~105~~</td><td>85</td><td>~~110~~</td></tr>
<tr><td>Tampas de plástico de garrafões (20)</td><td>75</td><td>55</td><td>80</td></tr>
</table>
</td>
</tr>
<tr>
<td>Avaliação</td>
<td>Verificar se as soluções estão de acordo com o problema.

Possível resposta: Duas possíveis construções são:
- Caixa de cartão e carrinho de linhas;
- Esferovite e tampas de plástico de garrafões.</td>
</tr>
</table>

A terceira alínea do problema 1, tal como as anteriores, insere-se no domínio “Número e Operações”, no entanto o subdomínio é “sequências e regularidades” e o descritor de desempenho é “resolver problemas envolvendo a determinação de termos de uma sequência, dada a lei de formação” de acordo com as Metas Curriculares para o Ensino Básico.

Segundo a tabela 15, nesta alínea pode-se resolver recorrendo a pelo menos duas estratégias diferentes. Contudo a estratégia “operações” pode ser de duas formas distintas, utilizando a adição sucessiva ou então a divisão, sendo que ambas são possíveis para a resolução deste problema. A finalidade desta alínea é descobrir o número de prateleiras necessárias para os 21 carros construídos pela turma, de acordo com uma regra imposta, ou seja cada prateleira tem de ter três carros.

Tabela 15 *- Problema 1 - Resolução da alínea 1.3.1.*

Situação-problema problema 1.3.1.	Antes da construção do carro brinquedo, a turma do 2.º A pensou como iria expor os 21 carros numa estante. A maioria da turma decidiu que colocariam três carros em cada prateleira. Quantas prateleiras necessitam para arrumar todos os carros? Explicita o teu raciocínio.
Compreensão do problema	Linguagem: gráfica, numérica e pictórica.
	Dados: 21 carros 3 carros em cada prateleira
Elaboração de um plano (possíveis soluções)	- Desenhos;  - Operações 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3= 21 – 7 prateleiras $21 \div 3 = 7$ prateleiras - Palavras, desenhos e operações Cada prateleira tem 3 carros  +  +  + 

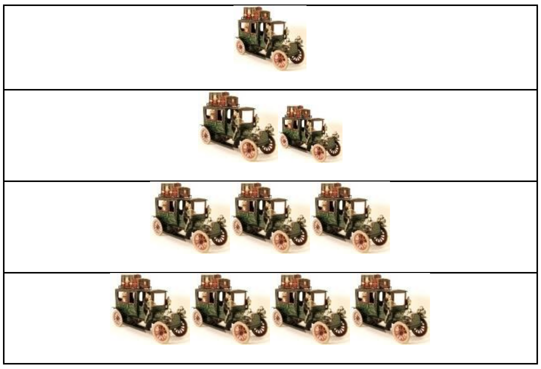
	 +  +  +   = 3x7= 21 Então, necessito de 7 prateleiras para expor 21 carros.
Avaliação	Verificar se as soluções estão de acordo com o problema. Possível resposta: Para arrumar todos os carros preciso de 7 prateleiras.

A alínea seguinte vem no seguimento da anterior e consiste em expor os carros segundo uma determinada regra. Tal como na anterior, insere-se no domínio “Número e Operações”, o subdomínio é “sequências e regularidades**”** e o descritor de desempenho é “resolver problemas envolvendo a determinação de termos de uma sequência, dada a lei de formação” de acordo com as Metas Curriculares para o Ensino Básico.

Segundo a tabela 16, este problema pode-se resolver recorrendo a pelo menos duas estratégias diferentes, desenhos ou esquemas. A finalidade desta alínea é descobrir quantos carros terá a quarta prateleira, de acordo com a lei de formação referida no enunciado.

Tabela 16 *- Problema 1 - Resolução da alínea 1.3.2.1.*

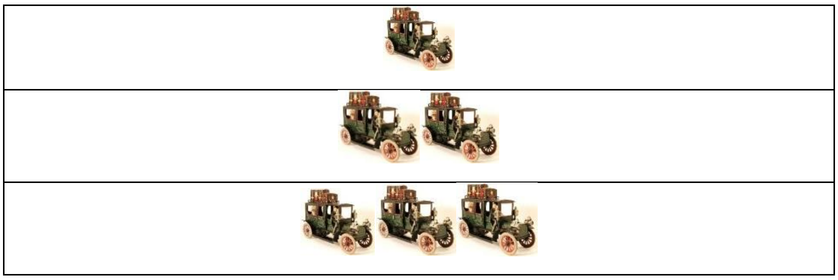
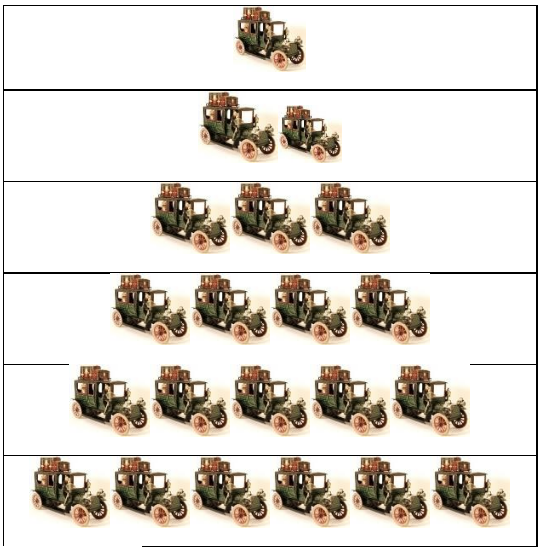
Situação-problema 1.3.2.1.	Um aluno apresentou a seguinte sugestão:    Quantos carros terá a quarta prateleira? Explica o teu raciocínio através de esquemas, cálculos ou palavras.
Compreensão do problema	Linguagem: pictórica, gráfica e numérica.
	Dados. 21 carros 1.º Prateleira – 1 carro

	2.º Prateleira – 2 carros 3.º Prateleira – 3 carros 4.º Prateleira - ????
Elaboração de um plano (possíveis soluções)	- Desenhos; Por exemplo:  - Esquema. 1.º Prateleira - 1 carros +1 2.º Prateleira – 2 carros +1 3.º Prateleira – 3 carros +1 4.º Prateleira – 4 carros
Avaliação	Verificar se as soluções estão de acordo com o problema. Possível resposta: Na quarta prateleira terá quatro carros.

A alínea 1.3.2.1, tal como a anterior, insere-se no domínio “Números e Operações”, o subdomínio é “sequências e regularidades”, contudo insere-se em dois descritores de acordo com Metas Curriculares para o Ensino Básico, que são: “resolver problemas envolvendo a determinação de termos de uma sequência, dada a lei de formação” e “resolver problemas envolvendo a determinação de uma lei de formação compatível com uma sequência parcialmente conhecida”.

Como é visível na tabela 17, este é um problema de sequências, pois de acordo com uma lei de formação, os 21 carros da turma serão expostos em diversas prateleiras. Relativamente às estratégias, observa-se alguma diversidade, tais como, desenhos, esquemas ou diferentes operações. A finalidade desta alínea é descobrir quantas prateleiras são necessárias para expor todos os carros, tendo regras para exposição dos mesmos.

Tabela 17 *- Problema 1 - Resolução da alínea 1.3.2.2*

Situação - problema 1.3.2.2.	Um aluno apresentou a seguinte sugestão:  Se continuarem a arrumar os carros, seguindo este critério, de quantas prateleiras irão necessitar para os arrumar todos? Explica o teu raciocínio através de esquemas, cálculos ou palavras.
Compreensão do problema	Linguagem: gráfica, numérica e pictórica.
	Dados: 21 carros 1.º Prateleira – 1 carro 2.º Prateleira – 2 carros 3.º Prateleira – 3 carros
Elaboração de um plano (possíveis soluções)	- Desenhos;  - Operações algorítmicas

	1+2+3+4+5+6= 21 carros (6 prateleiras) - Esquema. 1.º Prateleira - 1 carros +1 2.º Prateleira – 2 carros +1 3.º Prateleira – 3 carros +1 4.º Prateleira – 4 carros 5.º Prateleira – 5 carros +1 6.º Prateleira – 6 carros +1 Total = 21 carros – 6 prateleiras
Avaliação	Verificar se as soluções estão de acordo com o problema. Possível resposta: De acordo com este critério, para arrumar todos os carros serão necessárias 6 prateleiras.

Para finalizar o problema 1, os alunos procederam à resolução de um problema de construção. Esta escolha deve-se ao caráter real do problema e, ao mesmo tempo, proporcionar aos alunos um elemento lúdico, uma vez que os alunos ficam mais motivados e entusiasmados. Esta última alínea do problema terá como objetivo a construção de uma carro brinquedo, usando os materiais referidos nas alíneas anteriores, sendo que os alunos deverão ter em atenção que para a construção do carro precisam de um material para a carroçaria e um para as rodas, não podem ultrapassar os 100 cêntimos de despesas em material. Os alunos terão ainda de escolher um material para os vidros dentro dos disponibilizados pela professora. No final, os alunos irão descrever o seu carro (Apêndice 7), aleando a Matemática ao Português.

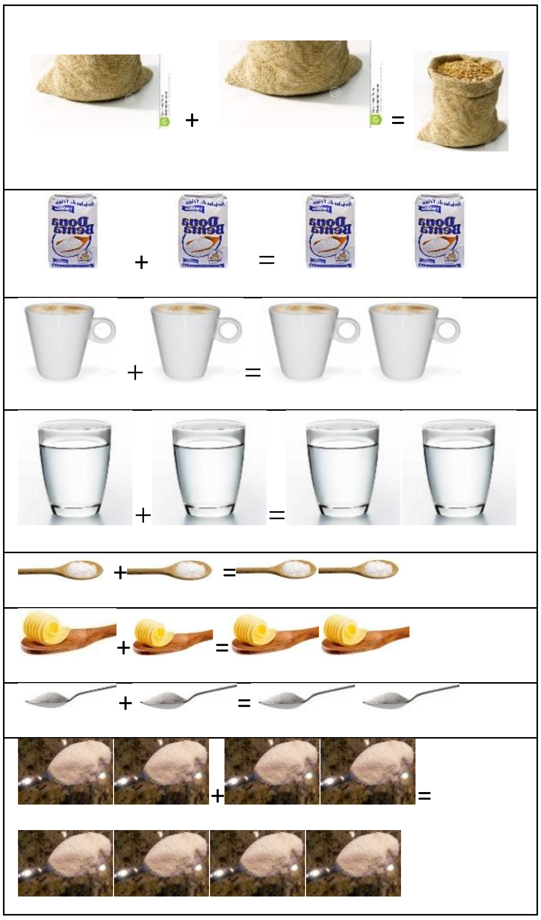
O problema 2 – Pão de centeio – surgiu no âmbito da visita de estudo ao Museu do Pão em Seia. As duas de tarefas propostas no problema 2, têm como objetivo a confeção de pão de centeio, relacionando-se os diversos conceitos matemáticos com o caráter lúdico, de forma a motivar os alunos, levando estes a serem capazes de criar estratégias intuitivas na resolução de problemas do seu dia a dia, que mais tarde passem a estratégias formais e estruturadas.

A primeira alínea do problema 2 insere-se no domínio “Números e Operações”, subdomínio “multiplicação” e descritores de desempenho “resolver problemas de um ou dois passos envolvendo situações multiplicativas nos sentidos aditivo e combinatório” e “os termos «dobro»” de acordo com as Metas Curriculares para o Ensino Básico.

Segundo a tabela 18, neste problema observa-se, pelo menos, três estratégias diferentes, contudo a estratégia “operações” pode ser de duas formas distintas, utilizando a adição ou multiplicação, sendo ambas possíveis para a resolução do problema. A finalidade desta alínea é referir as quantidades necessárias de cada ingrediente para fazer pão para toda a turma e professora.

Tabela 18 *- Problema 2 – Resolução da alínea 1.1.*

<table>
<tr><td>Situação-problema 1 e 1.1.</td><td>1. A turma do 2.º A na visita de estudo ao museu do pão ficou a conhecer a receita do pão de centeio. No entanto, esta receita apenas dá para 12 pessoas e a professora quer fazer esta receita para todos os alunos e para ela própria.
<table><tr><th>Pão de Centeio (12 pessoas)</th></tr><tr><th>Ingredientes</th></tr><tr><td>Meio pacote de centeio
1 pacote de farinha de trigo
1 chávena (chá) de leite
2 copos de água morna
1 colher de sal
1 colher de manteiga
1 colher (chá) de açúcar
2 colheres de fermento</td></tr></table>
1.1. Qual a quantidade de cada ingrediente necessária para fazer pão de centeio para todos os alunos e a professora do 2.º A?
Explica o teu raciocínio através de esquemas, cálculos ou palavras.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Compreensão do problema</td><td>Linguagem: numérica, gráfica e pictórica.</td></tr>
<tr><td>Dados
Pão de Centeio (12 pessoas)
<u>Ingredientes</u>
Meio pacote de centeio
1 pacote de farinha de trigo
1 chávena (chá) de leite
2 copos de água morna</td></tr>
</table>

	1 colher de sal 1 colher de manteiga 1 colher (chá) de açúcar 2 colheres de fermento
Elaboração de um plano (possíveis soluções)	- Desenhos;  - Operações <u>Adição</u> Meio Saco + Meio saco de centeio= 1 saco de centeio 1+1= 2 sacos de farinha de trigo 1+1= 2 chávenas de leite 2+2= 4 copos de água 1+1= 2 colheres de sal 1+1= 2 colheres de manteiga 1+1= 2 colheres de açúcar 2+2= 4 colheres de fermento <u>Multiplicação</u>

	$\frac{1}{2} \times 2 = 1$ saco de centeio 1 x 2 = 2 pacotes de farinha 1 x 2 = 2 chávenas de leite 2 x 2 = 4 copos de água 1 x 2 = 2 colheres de sal 1 x 2 = 2 colheres de manteiga 1 x 2 = 2 colheres de açúcar 2 x 2 = 4 colheres de fermento - Palavras São 24 pessoas. 24 é o dobro de 12, então necessito do dobro de cada ingrediente.
Avaliação	Verificar se as soluções estão de acordo com o problema. Possível resposta: Necessitámos do dobro dos ingredientes utilizados na receita inicial.

A alínea 1.2.1, do segundo problema, como na anterior, insere-se no domínio "Número e Operações" e no subdomínio "multiplicação" e sendo os descritores de desempenho "resolver problemas de um ou dois passos envolvendo situações multiplicativas nos sentidos aditivo e combinatório" e "os termos «triplo»" de acordo com as Metas Curriculares para o Ensino Básico.

De acordo com tabela 19, neste problema observa-se, pelo menos, três estratégias diferentes, sendo que quando resolvemos o problema utilizando operações e desenhos, estas serão complementadas com palavras. A finalidade desta alínea é perceber para quantas pessoas dará os ingredientes disponíveis.

***Tabela 19** - Problema 2 - Resolução da alínea 1.2.1.*

Situação-problema 1.2.1	1.2. A professora foi ao supermercado e trouxe as seguintes quantidade de cada ingrediente:

	1 pacote e meio de centeio 3 pacotes de farinha de trigo 3 chávenas (chá) de leite 6 copos de água morna 3 colheres de sal 3 colheres de manteiga 3 colheres (chá) de açúcar 6 colheres de fermento 1.2.1. A professora trouxe ingredientes em excesso, a turma decidiu convidar algumas assistentes operacionais para comer o pão de centeio. Quantas pessoas podem convidar para além das pessoas da turma? Explica o teu raciocínio através de esquemas, cálculos ou palavras.
Compreensão do problema	Linguagem: gráfica, numérica e pictórica.
	Dados: Ingredientes: 1 pacote e meio de centeio 3 pacotes de farinha de trigo 3 chávenas (chá) de leite 6 copos de água morna 3 colheres de sal 3 colheres de manteiga 3 colheres (chá) de açúcar 6 colheres de fermento 24 pessoas da turma Convidados = ?
Elaboração de um plano (possíveis soluções)	- Palavras e cálculos 3 pacotes de farinha é o triplo de 1 pacote de farinha 3 chávenas de leite é o triplo de 1 chávena de leite Então, tenho o triplo dos ingredientes da receita inicial. Assim, posso ter o triplo das pessoas. Ou seja, 12x3=36.

	No entanto, eu quero saber quantas pessoas posso convidar, então 36-24=12. - Desenhos e Cálculos  12 P. 12 P. 12 P. → 36 pessoas  12 P. 12 P. 12 P. → 36 pessoas 36-24 = 12 pessoas convidadas - Cálculos 3:1=3 farinha de trigo 6:2= 3 água morna Tem o triplo dos ingredientes iniciais. 12x3=36 36-24=12
Avaliação	Verificar se as soluções estão de acordo com o problema. Possível resposta: Posso convidar 12 pessoas.

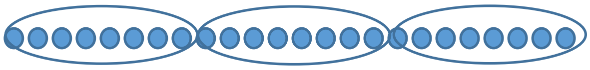
O problema 3, problema do piquenique, foi adaptado da revista Teaching Children Mathematics, volume 10, número 7. Este problema foi escolhido depois de uma vasta pesquisa, com o objetivo de proporcionar um problema distinto dos realizados anteriormente. De acordo com a NCTM Standards, os professores devem ser encorajados a explorar múltiplas abordagens e representações no desenvolvimento das atividades matemáticas (citado por Kosbob & Moyer, 2004, p. 375).

Este problema encontra-se subdividido em quatro tarefas de resolução de problemas, em que cada alínea consiste na divisão de alimentos por alguns amigos. As quatro alíneas do problema 3 inserem-se no domínio “Números e Operações”, nos subdomínio “divisão inteira” e “números racionais não negativos” e descritores de desempenho “resolver problemas de um passo envolvendo situações de partilha equitativa e de agrupamento.” e “utilizar as frações $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{10}$ para referir cada uma das partes de um todo dividido respetivamente em duas, três, quatro, cinco, dez partes equivalentes" de acordo com as Metas Curriculares para o Ensino Básico.

De acordo com tabela 20, na alínea 1.1. do problema 3 observa-se, pelo menos, três estratégias diferentes, sendo elas, cálculos, desenhos e tabelas. A finalidade desta alínea é calcular o número de uvas que dá a cada um dos três amigos.

Tabela 20 *- Problema 3 - Resolução da alínea 1.1.*

<table>
<tr><td>Situação-problema 1.1.</td><td>1. Dez amigos foram fazer um piquenique. Eles querem partilhar a sua comida em igual quantidade e não há partes restantes.
1.1. O João, o David e o Pedro partilharam 24 uvas.
Desenha figuras, faz cálculos ou escreve legendas para provar a quantidade de comida que cada amigo irá ter.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Compreensão do problema</td><td>Linguagem: gráfica, numérica e pictórica.</td></tr>
<tr><td>Dados:
24 uvas
3 amigos</td></tr>
<tr><td>Elaboração de um plano (possíveis soluções)</td><td>- Cálculos
24:3=8

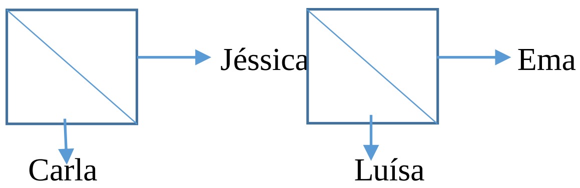
- Desenhos

João David Pedro

- Tabela
<table><tr><th>João</th><th>David</th><th>Pedro</th></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr></table></td></tr>
<tr><td>Avaliação</td><td>Verificar se as soluções estão de acordo com o problema.

Possíveis respostas: Cada amigo comeu 8 uvas.</td></tr>
</table>

Segundo a tabela 21, a alínea 1.2. do problema 3 resolve-se recorrendo a pelo menos duas estratégias diferentes, cálculos ou desenhos. A finalidade desta alínea é calcular a quantidade de sanduiche a distribuir por cada amigo.

Tabela 21 *- Problema 3 - Resolução da alínea 1.2.*

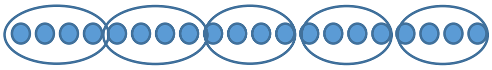
Situação-problema 1.2.	1.2. A Jéssica, a Ema, a Carla e a Luísa partilharam duas sanduiches em pão com a forma de um quadrado. Desenha figuras, faz cálculos ou escreve legendas para provar a quantidade de comida que cada amigo irá ter.
Compreensão do problema	Linguagem: gráfica, numérica e pictórica.
	Dados: 2 sanduiches 4 amigos
Elaboração de um plano (possíveis soluções)	- Cálculos $\frac{1}{2} \times 4 = 2 \quad \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$ - Desenhos 
Avaliação	Verificar se as soluções estão de acordo com o problema. Possível resposta: Cada amigo irá comer metade de uma sanduiche.

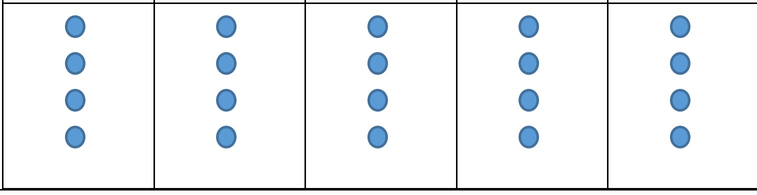
Segundo a tabela 22, a alínea 1.3. do problema 3, resolve-se recorrendo a pelo menos três estratégias diferentes, sendo elas cálculos, tabelas ou desenhos. A finalidade desta alínea é calcular o número de morangos destinados a cada amigo.

Tabela 22 *- Problema 3 - Resolução da alínea 1.3.*

Situação-problema 1.3.	1.3. O João, o Isaac, a Ema, a Sara e a Carla partilharam 20 morangos.

<table>
<tr><td></td><td>Desenha figuras, faz cálculos ou escreve legendas para provar a quantidade de comida que cada amigo irá ter.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Compreensão do problema</td><td>Linguagem: gráfica, numérica e pictórica.</td></tr>
<tr><td>Dados:
20 morangos
5 amigos</td></tr>
<tr><td>Elaboração de um plano (possíveis soluções)</td><td>- Cálculos
20:5=4

- Desenhos


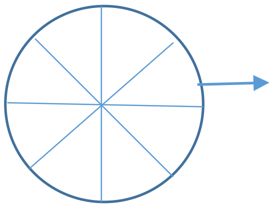
- Tabela
<table><tr><td>João</td><td>Isaac</td><td>Ema</td><td>Sara</td><td>Carla</td></tr><tr><td colspan="5"></td></tr></table></td></tr>
<tr><td>Avaliação</td><td>Verificar se as soluções estão de acordo com o problema.

Possível resposta: Cada amigo comeu 4 morangos.</td></tr>
</table>

Conforme a tabela 23, a alínea 1.4. do problema 3, resolve-se recorrendo a pelo menos duas estratégias diferentes, sendo elas cálculos ou desenhos. A finalidade desta alínea é referir que quantidade de pizza destinada a cada amigo.

Tabela 23 *- Problema 3 - Resolução da alínea 1.4.*

<table>
<tr><td>Situação-problema 1.4.</td><td>1.4. A Liliana, o Max, o Isaac, a Carla, a Sara, a Ema, o Nuno e a Beatriz partilharam uma pizza em forma de círculo.
Desenha figuras, faz cálculos ou escreve legendas para provar a quantidade de comida que cada amigo irá ter.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Compreensão do problema</td><td>Linguagem: gráfica, numérica e pictórica.</td></tr>
<tr><td>Dados:
1 pizza</td></tr>
</table>

	8 amigos
Elaboração de um plano (possíveis soluções)	- Cálculos $\frac{1}{8}$x1=$\frac{1}{8}$ - Desenhos  $\frac{1}{8}$ Dividi a pizza em 8 partes iguais. Cada aluno terá destinada uma fatia, que corresponde a $\frac{1}{8}$ do total da pizza.
Avaliação	Verificar se as soluções estão de acordo com o problema. Possível resposta: Cada amigo irá comer $\frac{1}{8}$ da pizza.

4.3. Implementação dos problemas

A resolução do problema 1 decorreu durante três aulas posteriores à visita de estudo, de Matemática (Apêndice 3), de 60 minutos, de Expressão Plástica, de 90 minutos, para a construção do carro brinquedo (Apêndice 4) e o problema foi finalizado numa aula de Português, onde os alunos descreveram os seus carros (Apêndice 5). Cada problema foi resolvido individualmente por cada aluno, na respetiva folha de resolução (Apêndice 7).

Relativamente à resolução do problema 2 esta durante uma aula Matemática (Apêndice 8), com a duração de 60 minutos. O problema foi resolvido individualmente por cada aluno, no respetivo guião (Apêndice 9). Ao longo da resolução dos problemas, a investigadora foi inquirindo os alunos a fim de perceber o porquê de determinadas estratégias utilizadas, dificuldades e raciocínios dos alunos.

A resolução do problema 3 decorreu durante uma aula Matemática (Apêndice 10), durante 60 minutos. Cada alínea do problema foi resolvido individualmente por cada aluno, no respetivo guião (Apêndice 11).

Ao longo da resolução dos problemas, a investigadora foi inquirindo os alunos, de forma a perceber o porquê de determinadas estratégias utilizadas, dificuldades e raciocínios dos alunos.

Após a resolução dos problemas, a investigadora procedeu à análise e discussão dos resultados obtidos. Desta forma, concluiu três fases fundamentais para a implementação deste estudo (Tabela 24).

Tabela 24 *- Contextualização, construção e resolução dos problemas*

Fase I	- Contextualização dos problemas (Visita de estudo)
Fase II	- Organização da pasta de problemas
Fase III	- Implementação dos problemas; - Análise e discussão; - Síntese.

Capítulo V - Apresentação e análise dos dados

Este capítulo que está dividido em três etapas, nos quais se apresentam os resultados obtidos nos três problemas. Nesta análise serão apresentados os resultados das questões com maior relevância para esta investigação, tendo por base os diversos instrumentos de análise e de acordo com as categorias estabelecidas no capítulo anterior, resoluções corretas, parcialmente corretas e incorretas, estratégias e dificuldades.

5.1. Problema 1 – Construção do carro brinquedo

Na análise deste problema, problema 1 alínea 1.1. (Tabela 25), apresentam-se as resoluções corretas, parcialmente corretas e incorretas, assim como as estratégias e dificuldades dos alunos. Esta análise é sustentada pelos registos dos alunos, notas de campos e entrevista.

Tabela 25 *- Enunciado do problema 1 - Alínea 1.1.*

1. Na visita de estudo ao Museu do Brinquedo, a turma do 2.ºA visitou a sala “Brincar é… sonhar”. Nesta sala observaram carros brinquedo construídos por meninos do continente africano, a professora da turma propôs a construção de um carro brinquedo. 1.1. Para a construção do carro tens à tua disposição os seguintes materiais: • carroçaria - caixas de cartão, cartolina ou esferovite; • rodas - carrinhos de linha, botões ou tampas de plástico de garrafões. Com os materiais existente, quantos carros brinquedo diferentes podes construir? Explica o teu raciocínio através de esquemas, cálculos ou palavras.

Nesta alínea os alunos diversificaram pouco as estratégias. No capítulo anterior foram apresentadas quatro possibilidades, no entanto os alunos apenas usaram duas delas (Tabela 26), tabelas (Figura 4) e operações (Figura 5).

__Tabela 26__ - N.º de alunos por estratégia

Estratégias	Tabela	Diagrama	Desenhos	Operações
N.º de alunos	12	0	0	9

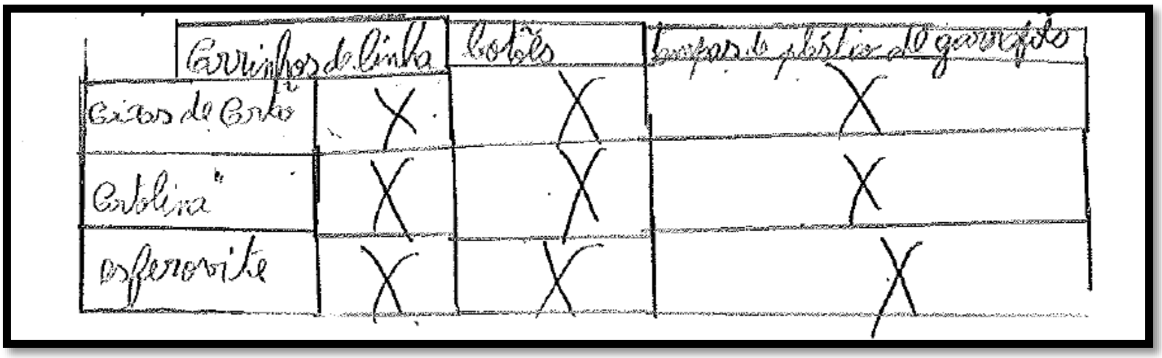


Figura 4 *- Estratégia – Tabela*

Figura 5 *- Estratégia – Operações*

As principais dificuldades observadas na resolução deste problema foram a compreensão e interpretação do problema e a redação da resposta.

A primeira dificuldade é demonstrada na resolução dos alunos. Por exemplo, um aluno considera o material “tampas de plástico de garrafões” três materiais distintos. Neste caso, como estratégia, ele usou uma soma e considera os materiais: caixas de cartão, cartolina e esferovite para a carroçaria; para as rodas usava carrinhos de linhas, botões ou tampas e para outra parte do carro usava tampas, plástico e garrafões. No final, a solução apresentada é correta, no entanto a estratégias e o raciocínio não está correto (Figura 6).

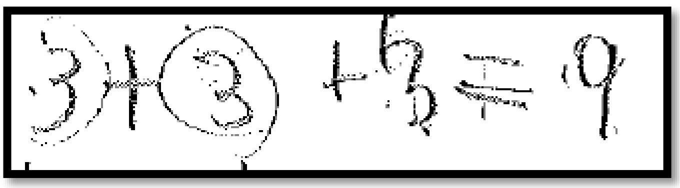


Figura 6 *- Resolução do aluno A5*

A resolução do aluno A12 é outro exemplo de dificuldade na compreensão do problema. Este aluno não considerou todos os materiais disponíveis para a construção do carro (Figura 7).

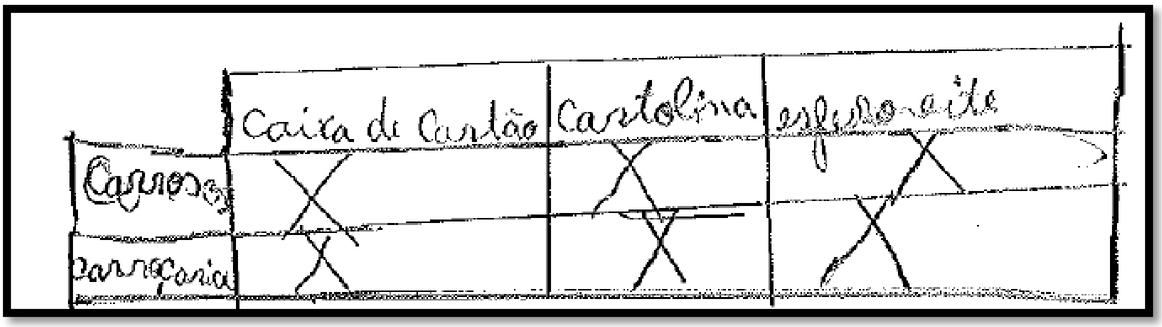


Figura 7 *- Resolução aluno A12*

Relativamente à segunda dificuldade, a redação da reposta, esta é evidenciada pela não redação de uma resposta, redação incompleta (Figura 8) ou redação errada (Figura 9).

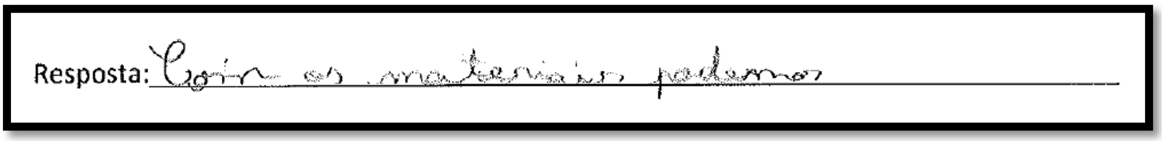


Figura 8 *- Resposta incompleta*

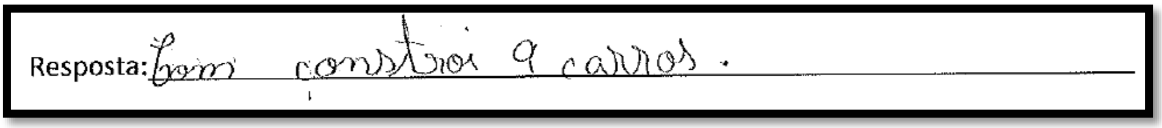


Figura 9 *- Resposta mal formulada*

Foi possível observar que, dada à extensão do enunciado, os alunos não o liam todo levando a uma incompreensão inicial, chamando diversas vezes a professora estagiária para os elucidar acerca do problema. A estes alunos era apenas pedido que lessem de novo o problema permitindo à maior parte, ser capaz de resolver o mesmo.

Como resoluções corretas foram consideradas as resoluções que apresentavam uma estratégia que leve à solução do problema e uma resposta correta para o mesmo. Como resolução parcialmente corretas são considerou-se as resoluções que apresentam um raciocínio correto e respetiva estratégia, no entanto a resposta está incorreta ou incompleta. Relativamente as resoluções incorretas são consideradas todas as resoluções que apresentam dados incorretos, que levem a uma resolução e respetiva solução incorretas.

A alínea 1.1. do problema 1 foi resolvida por 21 alunos e foram registadas apenas nove resoluções corretas (Tabela 27).

***Tabela 27** - Avaliação da resolução*

Resolução	Correta	Parcialmente correta	Incorreta
N.º de alunos	9	3	9

As resoluções corretas realizadas pelos noves alunos foram resolvidas recorrendo quer a tabelas (Figura 10) quer a operações (Figura 11).

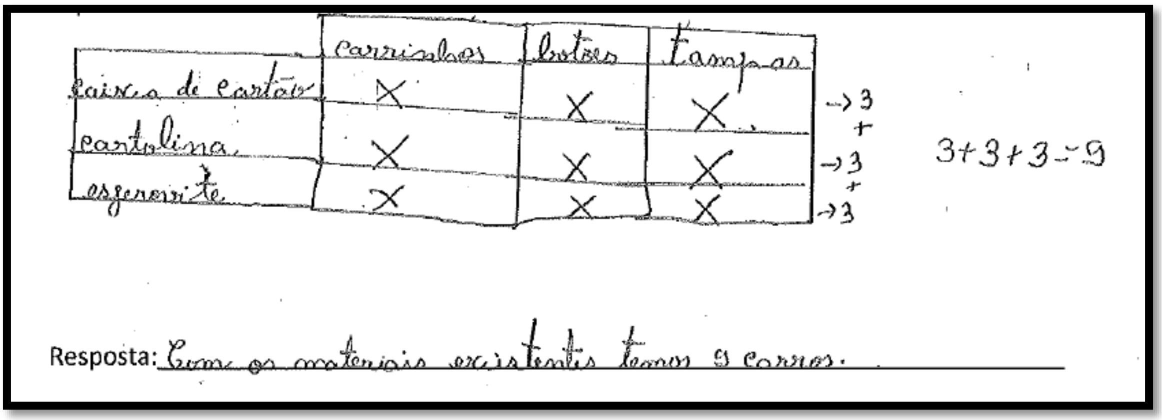


***Figura 10** - Resolução correta aluno 15*

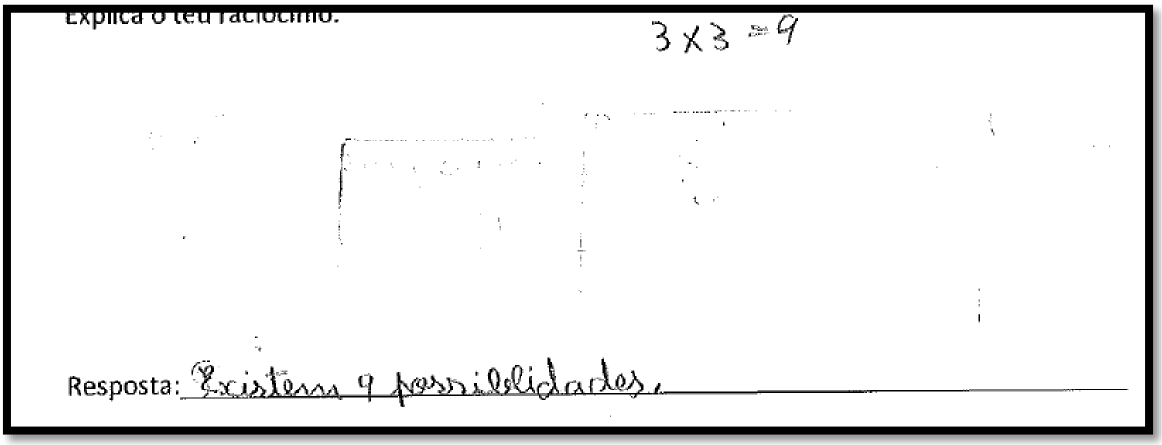


***Figura 11** - Resolução correta aluno 8*

Relativamente ao, problema 1 alínea 1.2. (Tabela 28), apresentam-se as resoluções corretas, parcialmente corretas e incorretas, assim como as estratégias e dificuldades dos alunos. Estes são sustentados pelos registos dos alunos, notas de campos e entrevista.

Tabela 28 *- Enunciado do problema 1 - Alínea 1.2.*

1.1. Para a construção do carro, a professora dispõe, no máximo, de 100 cêntimos para cada aluno. A tabela seguinte apresenta o preço de cada material.

Indica duas possíveis construções de carro brinquedo.

(Atenção: Para a construção precisas de apenas um material para a carroçaria e outro para as rodas e não podes ultrapassar os 100 cêntimos.)

Explica o teu raciocínio através de esquemas, cálculos ou palavras.

Material	Preço
Caixa de cartão	55 cêntimos
Cartolina	35 cêntimos
Esferovite	60 cêntimos
Botões	50 cêntimos
Carrinho de linhas	40 cêntimos
Tampas de garrafão	20 cêntimos

Nesta alínea foram usadas três estratégias das quatro esperadas, no entanto, a estratégias tentativa erro apenas foi usado por um aluno (Tabela 29). As estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas foram: tentativa erro (Figura 12), operações (Figura 11) e palavras (Figura 12).

Tabela 29 *- Nº de alunos por estratégia*

Estratégia	N.º de alunos
Tentativa erro	1
Palavras	10
Operações	9

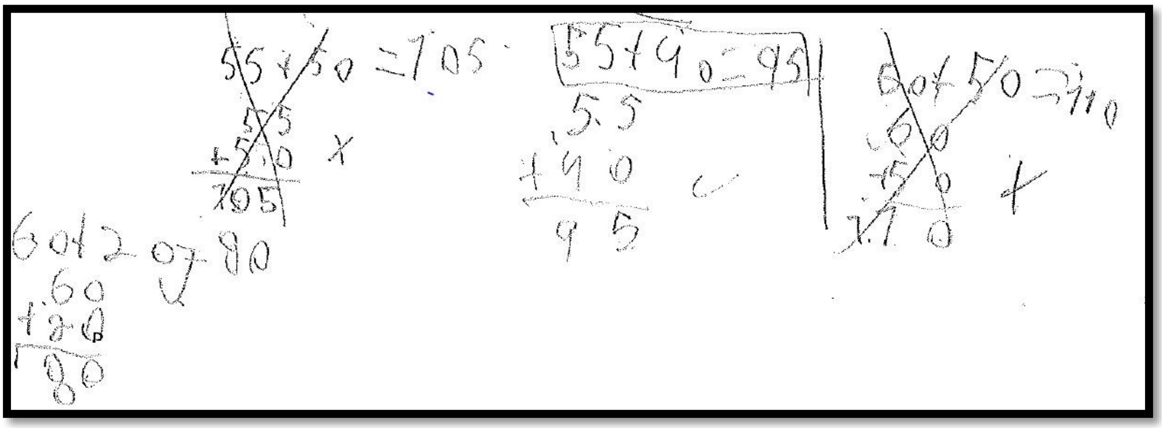


Figura 12 *- Estratégia - Tentativa Erro*

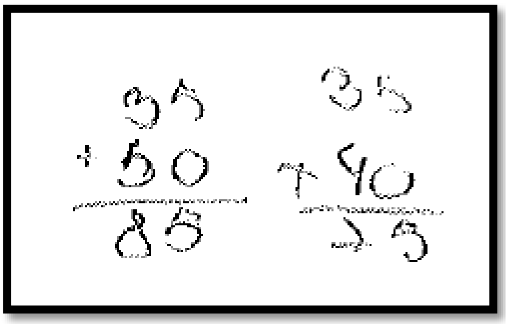


Figura 13 *- Estratégia - Operações*

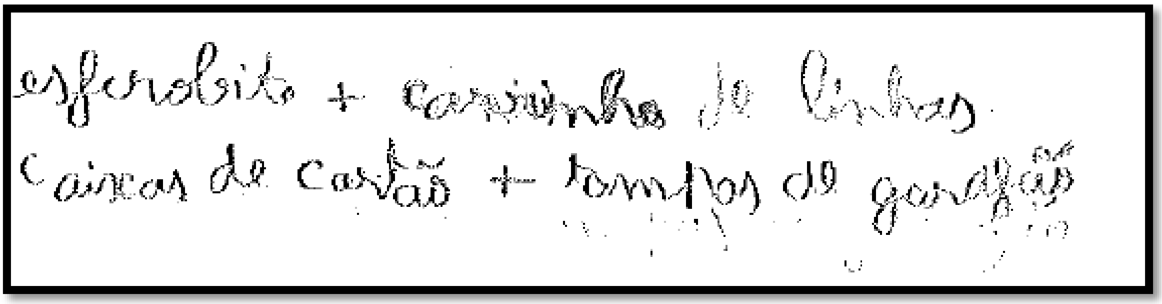


Figura 14 *- Estratégia – Palavras*

Nesta alínea do problema 1, os alunos tiveram dificuldade em compreender o problema. Para colmatar esta dificuldade de todos os alunos, a professora teve de explicar, oralmente, a toda a turma o que era pretendido com o problema. Ainda assim, alguns alunos não fizeram o que era pedido, uma vez que cinco alunos referiram uma hipótese apenas (Figura 15) e nove alunos que não colocaram nenhuma hipótese correta (Figura 16).

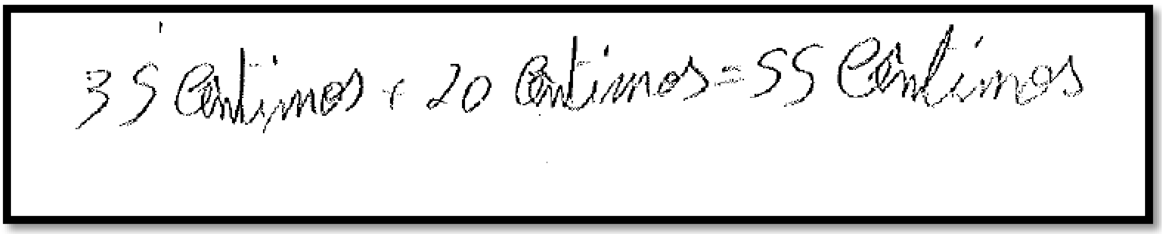


Figura 15 *- Apenas uma hipótese de solução*

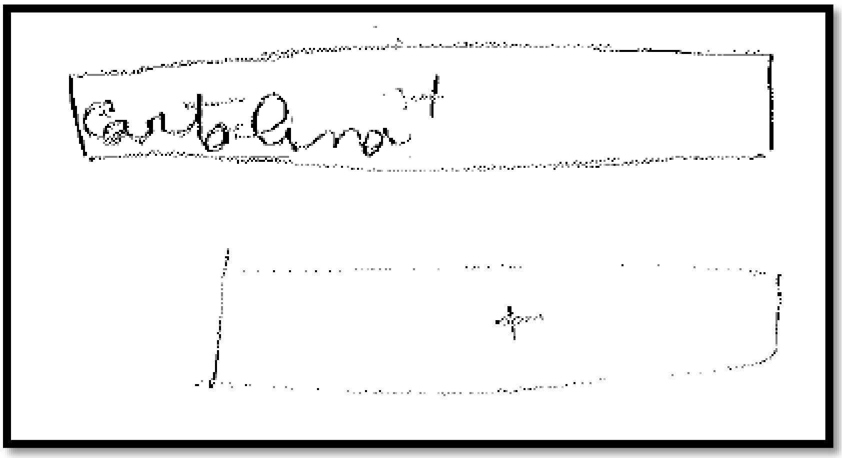


Figura 16 *- Nenhuma opção correta*

Tal como na alínea anterior, outra dificuldade verificada na resolução deste problema foi a redação da resposta, uma vez que alguns alunos não fizeram a resposta, há outros alunos que redigiram incorretamente a resposta (Figura 17).

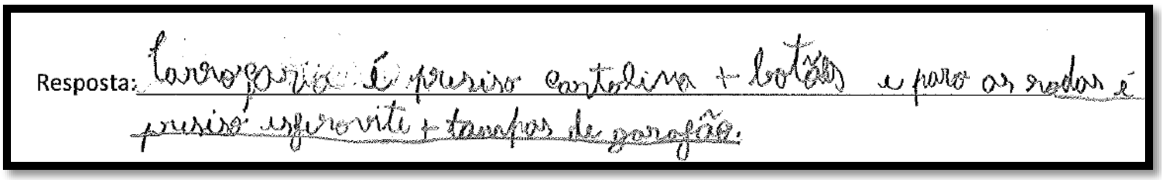


Figura 17 *- Resposta incorreta*

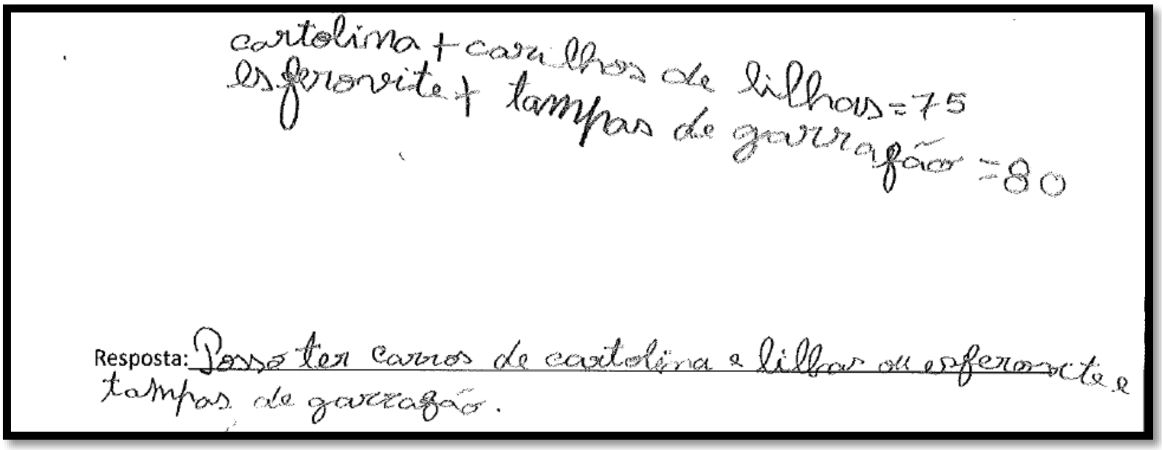
Como resoluções corretas foram consideradas as resoluções que apresentavam as duas hipóteses de solução e respetiva resposta correta. Como resoluções parcialmente corretas considerou-se as resoluções que apresentam uma hipótese correta e respetiva resposta ou apresentam as duas hipóteses mas não apresentam resposta (ou está incorreta). Relativamente às resoluções incorretas, são consideradas todas as resoluções que apresentam dados incorretos, que levem a uma resolução e respetiva solução incorretas.

A alínea 1.2. do problema 1 foi resolvida por 21 alunos e foram registas apenas oito resoluções corretas (Tabela 30).

Tabela 30 *- Avaliação da resolução – Alínea 1.2.*

Resolução	Correta	Parcialmente correta	Incorreta
N.º de alunos	8	10	3

A maioria dos alunos que resolveram corretamente este problema utilizaram palavras para chegar à solução do mesmo (Figura 18)


cartolina + carrilhos de lilhos=75
esferovite + tampas de garrafão =80

Resposta: Posso ter carros de cartolina e lilhos ou esferovite e tampas de garrafão.

Figura 18 *- Resolução correta*

Relativamente ao problema 1, alínea 1.3.1. (Tabela 31), apresentam-se as resoluções corretas, parcialmente corretas e incorretas, assim como as estratégias e dificuldades dos alunos. A análise dos dados é sustentada pelos registos dos alunos, notas de campos e entrevista.

Tabela 31 *- Enunciado do problema 1 - Alínea 1.3.1.*

1.3. Antes da construção do carro brinquedo, a turma do 2.º A pensou como iria expor os 21 carros numa estante. 1.3.1. A maioria da turma decidiu que colocariam três carros em cada prateleira.

Quantas prateleiras necessitam para arrumar todos os carros? Explicita o teu raciocínio.

Na resolução da alínea 1.3.1 do problema 1 foram usadas as três estratégias esperadas, sendo que a maioria dos alunos usaram desenhos para resolver este problema (Tabela 32). As estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas foram: desenhos (Figura 19), operações (Figura 20) e palavras/desenhos/operações (Figura 21).

Tabela 32 - *N.º de alunos por estratégia*

Estratégia	N.º de alunos
Desenhos	15
Palavras/desenhos/operações	1
Operações	5

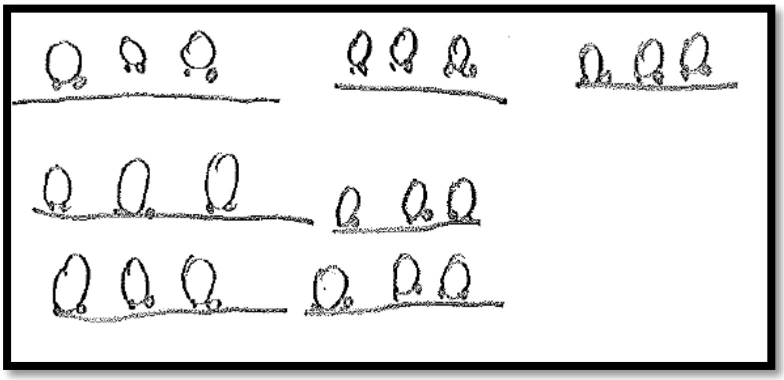


Figura 19 - *Estratégia - Desenhos*

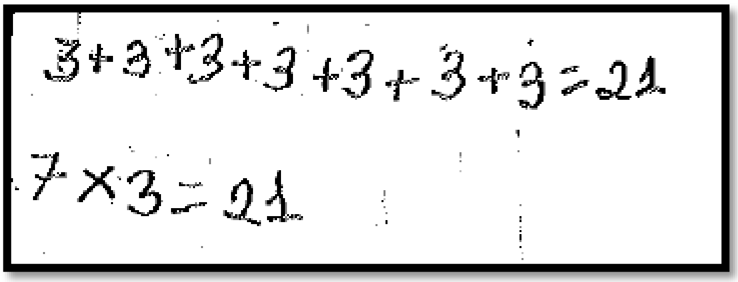


Figura 20 - *Estratégia - Operações*

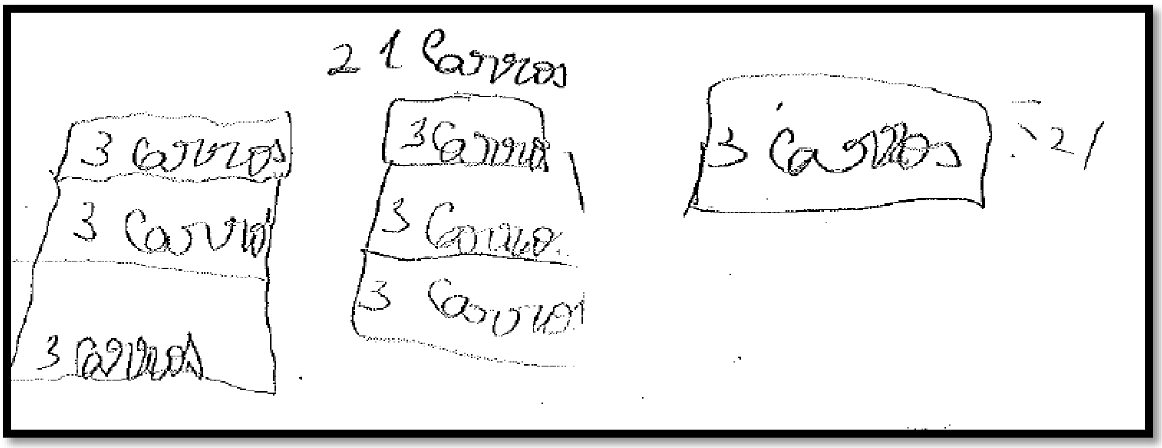


Figura 21 *- Estratégias - Desenhos/Palavras/Operações*

Neste problema verificou-se a dificuldade de compreensão do problema. Por exemplo, o aluno 4 somou os 21 carros que existem para distribuir pelas três prateleiras com três carros (Figura 22). Através da observação dos registo dos alunos foi possível verificar que dos cinco alunos que usaram operações para resolver o problema apenas dois compreenderam corretamente o problema.

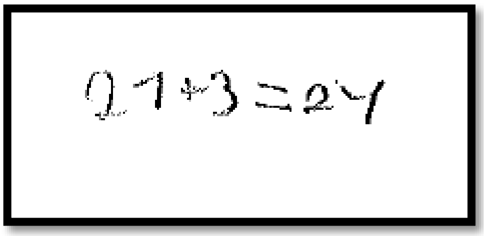


Figura 22 *- Erro de interpretação*

Ao longo da observação na sala de aula a observadora deparou-se com alguns alunos com dificuldades de compreensão, colmatadas através de um pequeno diálogo com a mesma. Para clarificar o raciocínio do aluno o aluno foi questionado pela investigadora:

I: *Tens de colocar um carro por prateleira ou três?*

A11: *Tenho de colocar três.*

I: *Então podes ter 21 prateleiras?*

A11: *Não, tenho menos.*

Com o diálogo anterior, o aluno apercebeu-se que tinha mais prateleiras do que necessitava, porque apenas tinha 21 carros para expor e teria três carros em cada prateleira. Outro aluno referiu que "*não senti dificuldades, mas li várias vezes para* *compreender*”. Outra dificuldade verificada, comum às alíneas anteriores, é a redação de uma resposta. Apesar de todos alunos terem redigido uma resposta, nem todos o fizeram corretamente (Figura 23).

Figura 23 *- Resposta incorreta à alínea 1.3.1.*

Como resoluções corretas foram consideradas as resoluções que estratégia, solução e resposta correta. Como resoluções parcialmente corretas considerou-se as resoluções com estratégia correta e resposta incorreta ou estratégia parcialmente correta e resposta correta. Relativamente às resoluções incorretas, são consideradas todas as resoluções que apresentam dados incorretos, que levem a uma resolução e respetiva solução incorretas.

A alínea 1.2. do problema 1 foi resolvida por 21 alunos e foram registas apenas três resoluções incorretas (Tabela 33).

Tabela 33 *- Avaliação da resolução – Alínea 1.3.1.*

Resolução	Correta	Parcialmente correta	Incorreta
N.º de alunos	16	2	3

Deve-se referir que a maioria das resoluções corretas foram resolvidas recorrendo a desenhos, dado que os alunos iam distribuindo os carros três a três até atingir os 21 carros (Figura 24). Apenas dois alunos que usaram uma estratégia distinta da anterior conseguiram resolver corretamente o problema (Figura 25).

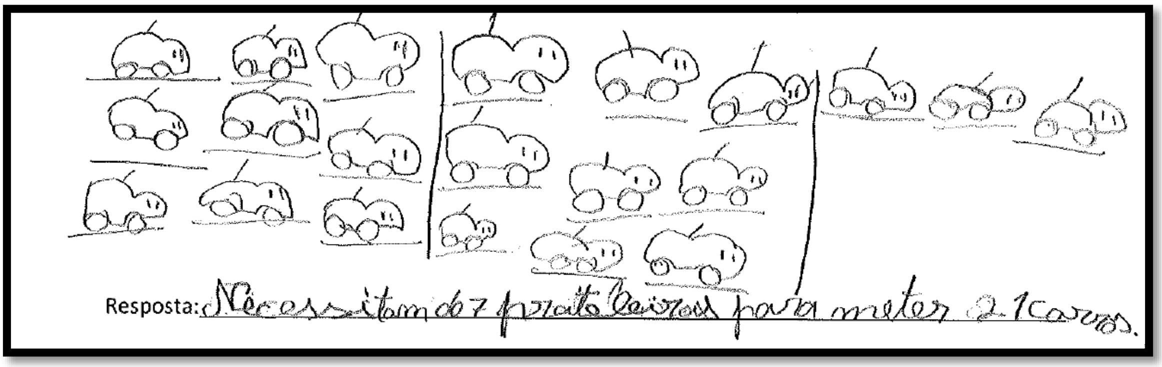


Figura 24 - *Resolução correta usando desenho*

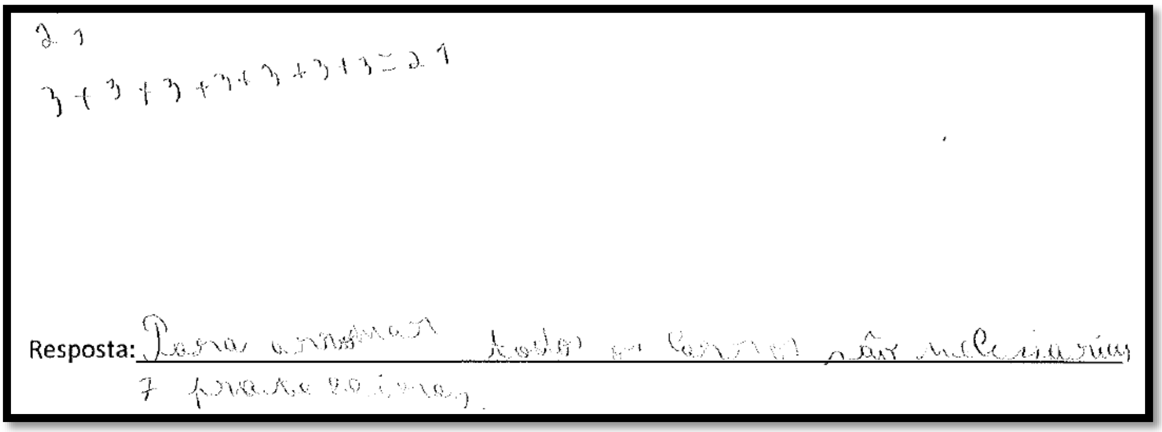
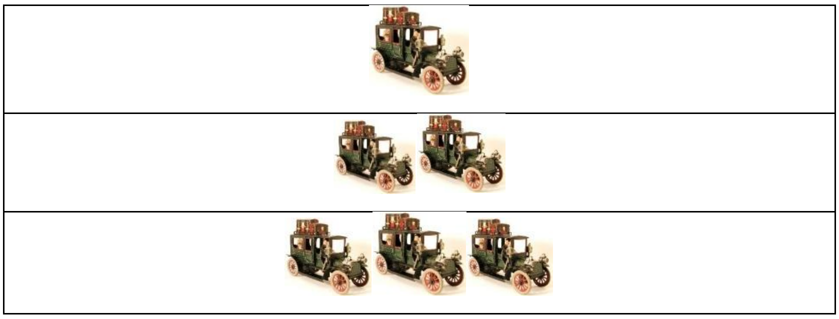


Figura 25 - *Resolução correta usando operações*

Relativamente ao problema 1, alínea 1.3.2.1. (Tabela 34), apresentam-se as resoluções corretas, parcialmente corretas e incorretas, assim como as estratégias e dificuldades dos alunos. A análise dos dados é sustentada pelos registos dos alunos, notas de campos e entrevista.

Tabela 34 - *Enunciado do problema 1 - Alínea 1.3.2.1.*

1.3.2. Um aluno apresentou a seguinte sugestão: 

1.3.2.1. Quantos carros terá a quarta prateleira? Explica o teu raciocínio através de esquemas, cálculos ou palavras.

Na resolução da alínea 1.3.2.1. do problema 1, todos os alunos usaram os desenhos para chegar à solução deste problema. A maior parte dos alunos aproveitaram a ilustração do enunciado e completaram-na a fim de saber quantos carros existiam na quarta prateleira (Figura 26) e outros alunos desenharam uma prateleira e quatro carros (Figura 27).

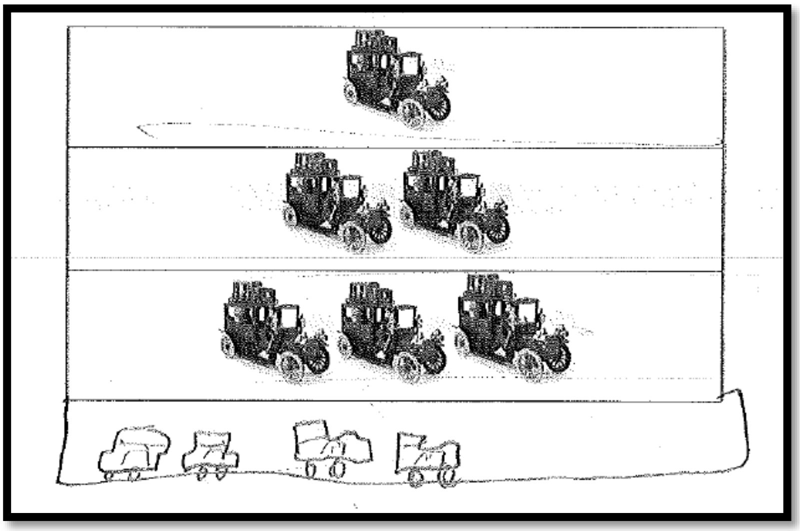


Figura 26 *- Estratégia - Desenho na ilustração do enunciado*

Figura 27 *- Estratégia - Desenho*

A única dificuldade verificada neste problema foi a redação da resposta. Dois alunos não redigiram qualquer resposta e outros dois apesar de terem chegado à solução responderam incorretamente (Figura 28). Esta dificuldade tem vindo a ser verificada em todos os problemas analisados até ao momento.

Figura 28 *- Resposta incorreta*

Como resoluções corretas foram consideradas aquelas que continham que estratégia, solução e resposta estão corretas. Como resoluções parcialmente corretas considerou-se as resoluções com a estratégia correta e resposta incorreta ou estratégia parcialmente correta e resposta correta. Relativamente às resoluções incorretas, foram consideradas todas as resoluções que apresentam dados incorretos, que levem a uma resolução e respetiva solução incorreta.

A alínea 1.3.2.1. do problema 1 foi resolvida por 21 alunos e foram registas apenas uma resolução incorreta (Tabela 35).

Tabela 35 *- Avaliação da resolução - Alínea 1.3.2.1.*

Resolução	Correta	Parcialmente correta	Incorreta
N.º de alunos	17	3	1

As 17 resoluções corretas demonstram o anteriormente referido (Figura 29), ou seja nesta alínea do problema 1 apenas foi verificada uma dificuldade, que foi a redação das respostas levando às três resoluções parcialmente corretas e uma incorreta.

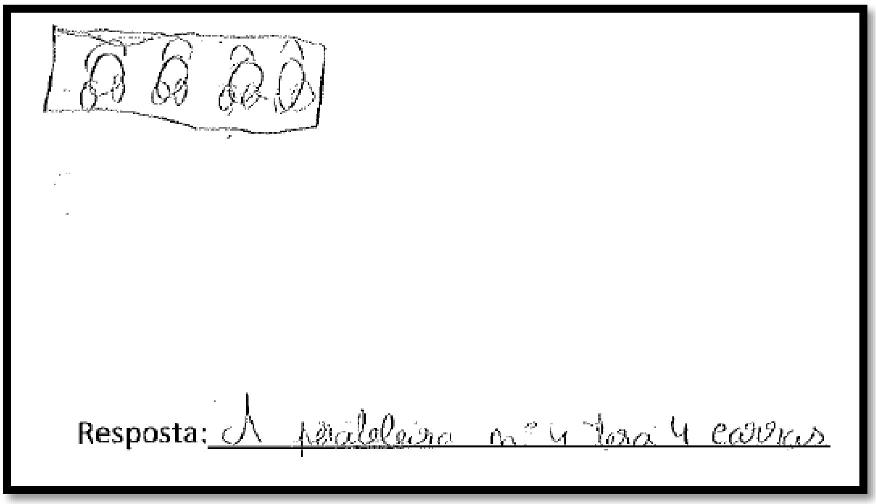


Figura 29 *- Resolução correta*

Relativamente ao problema 1, alínea 1.3.2.2. (Tabela 36), apresentam-se as resoluções corretas, parcialmente corretas e incorretas, assim como as estratégias e dificuldades dos alunos. A análise dos dados é sustentada pelos registos dos alunos, notas de campos e entrevista.

Tabela 36 *- Enunciado do problema 1 - Alínea 1.3.2.2.*

1.3.2.2. Se continuarem a arrumar os carros, seguindo este critério, de quantas prateleiras irão necessitar para os arrumar todos? Explica o teu raciocínio através de esquemas, cálculos ou palavras.

Tal como na alínea anterior, os alunos utilizaram o desenho como estratégia de resolução do problema. Alguns alunos optaram por desenhar as duas prateleiras que faltavam (Figura 30), enquanto outros desenharam todas prateleiras seguindo o critério apresentado anteriormente (Figura 31).

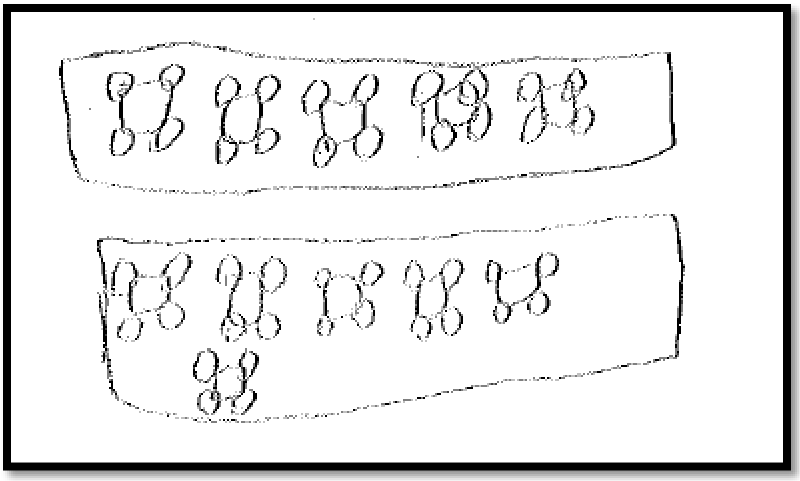


Figura 30 *- Estratégia - Desenho (Apenas duas prateleiras)*

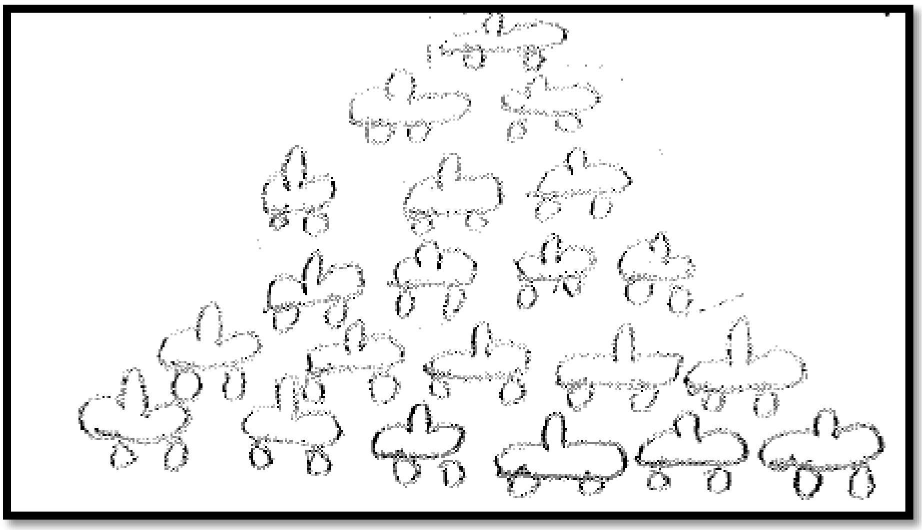


__Figura 31__ - Estratégia - Desenho completo

Relativamente as dificuldades observadas na alínea 1.3.2.2., alguns alunos não compreenderam corretamente o problema. Por exemplo, um aluno não distribuiu todos os carros seguindo o critério fornecido (Figura 32).

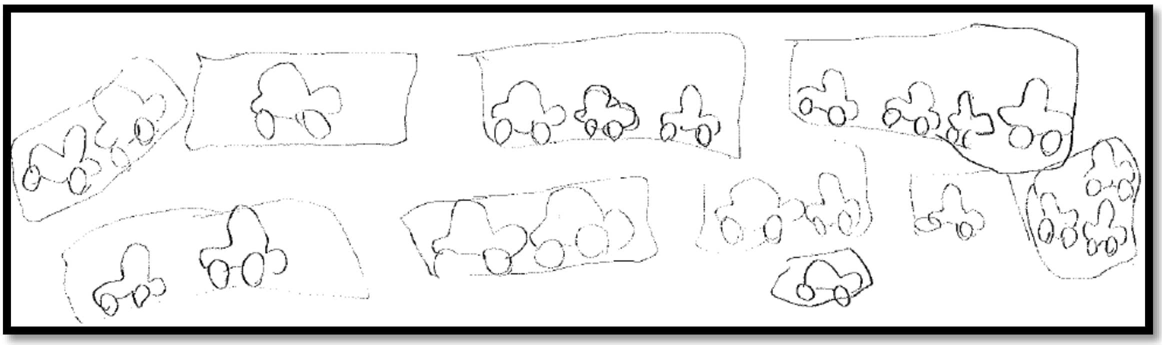


__Figura 32__ - Distribuição incorreta dos carros

A dificuldade de redação de uma resposta também é verificada nesta alínea. Tal como nas anteriores, houve alunos que não escreveram nenhuma resposta e outros escreveram incorretamente, apesar de terem chegado à solução correta (Figura 33).

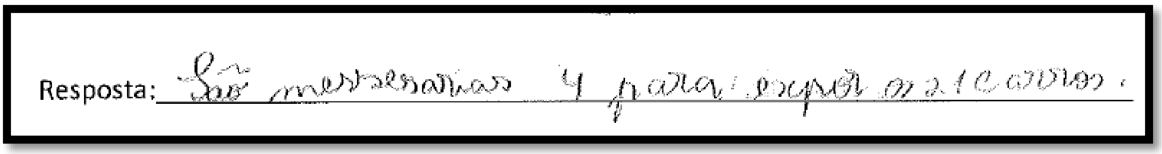


__Figura 33__ - Resposta incorreta

Como resoluções corretas foram consideradas as resoluções que estratégia, solução e resposta estão corretas. Como resoluções parcialmente corretas considerou-se as resoluções com estratégia correta e resposta incorreta ou estratégia parcialmente correta e resposta correta. Relativamente às resoluções incorretas, foram consideradas todas as resoluções que apresentam dados incorretos, que levem a uma resolução incorreta e respetiva solução também incorreta.

A alínea 1.3.2.2. do problema 1 foi resolvida por 21 alunos e foram registas apenas duas resoluções incorretas (Tabela 37).

Tabela 37 *- Avaliação da resolução - Alínea 1.3.2.2.*

Resolução	Correta	Parcialmente correta	Incorreta
N.º de alunos	12	7	2

Apesar de haver apenas duas resoluções incorretas, havia sete parcialmente incorretas devido à resposta apresentada. Contudo, existem 12 respostas apresentadas que uma estratégia e resposta correta (Figura 34).

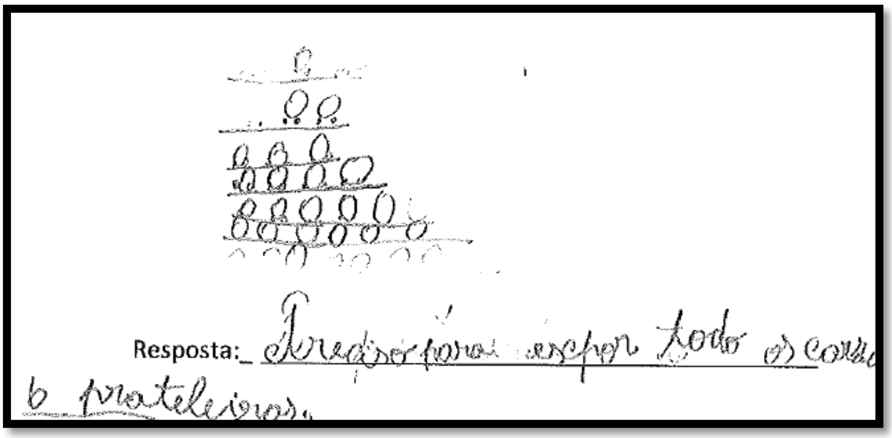


Figura 34 *- Resolução correta*

Para finalizar a resolução do problema 1, os alunos partiram para a construção do seu carro brinquedo, tendo em atenção as condicionantes apresentadas anteriormente, um material para a carroçaria e outro para as rodas, tendo no máximo 100 cêntimos para gastar em material. A primeira dificuldade verificada nesta parte do problema foi início da atividade, onde os alunos tinham dificuldade em fazer os cálculos com as moedas, de forma a não ultrapassar os 100 cêntimos. Por vezes, alguns alunos necessitaram da ajuda de outros colegas para saberem quanto dinheiro já tinham gasto até ao momento (Figura 35).

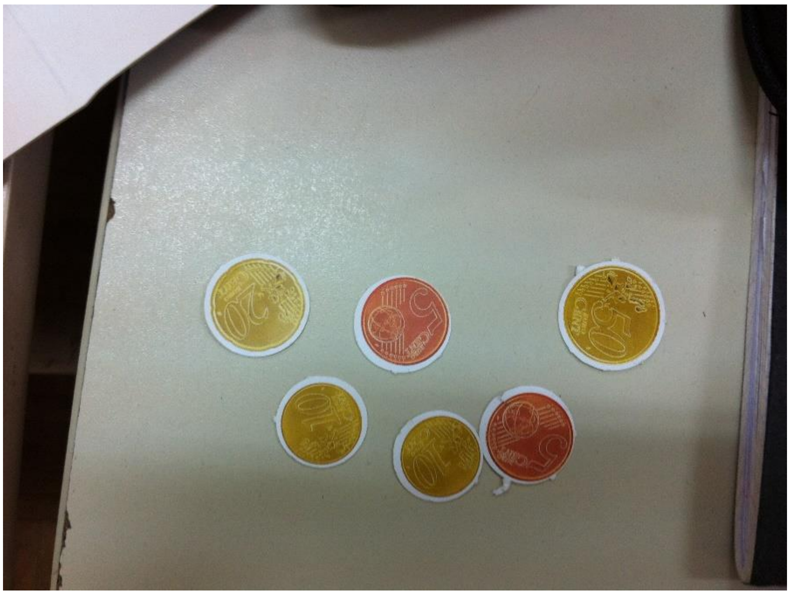


Figura 35 *- 100 cêntimos para a compra dos materiais*

Na construção dos carros a maior parte dos alunos utilizaram as caixas de cartão para a construção dos seus carros (Figura 36).

Figura 36 *- Utilização das caixas de cartão*

Algo interessante que foi verificado ao longo desta construção, foi a partilha de materiais entre colegas, ou seja, quando algum aluno já não necessitava de determinado material oferecia a outro colega que precisava. Esta partilha deveu-se porque como os alunos tinha apenas 100 cêntimos, isto limitava-os na compra de materiais e através desta partilha os alunos utilizaram mais materiais do que era previsto inicial.

No final, os carros ficaram funcionais e muito coloridos. Apesar de serem idênticos (Figura 37), todos os carros tinham toque de personalização. Contudo, existem a destacaram-se pela diferença e originalidade (Figura 38).

Figura 37 - *Carros brinquedo*

Figura 38 - *Carros brinquedo diferentes*

Para finalizar as atividades da construção do carro, os alunos tiveram de descrever o seu carro. Os alunos tiveram alguma dificuldade na realização da tarefa. De forma a auxiliar a descrição, os alunos realizaram um plano de texto (Apêndice 7). No final, resultaram textos descritivos muito distintos uns dos outros.

<u>Texto 1:</u>

"O carro é feito de 2 caixas grandes, 4 rolhas, tampas, papel branco, um palito e papel vermelho.

A carroçaria tem a forma de um paralelepípedo e as rodas são cilindros. As caixas servem para fazer o carro mais comprido. As tampas servem para decorar o carro brinquedo e as rolhas servem para as rodas.

Eu faria corridas com o meu carro."

Aluno 14

<u>Texto 2:</u>

"Eu gosto do meu carro e gosto de fazer corridas com ele.

Ele é grande e é feito de cartolinas, papel de lustro, rolos pequenos e tampas.

Ele tem cilindros, paralelepípedos, quadrados e retângulos. O cilindro é para fazer as rodas, o paralelepípedo para a forma do carro, quadrados para fazer as janelas e o retângulo para fazer a porta.

As tampas para fazer as rodas, o papel de lustro para fazer as janelas e a caixa grande para fazer a carroçaria.

Vou fazer uma corrida e pôr uma boneca lá dentro do carro para irem passear até ao café."

Aluno 15

De seguida apresenta-se a avaliação da adequação didática do problema 1 – Construção do carro brinquedo, relativa as quatro componentes que compõem a adequação didática proposta inicialmente: adequação cognitiva, afetiva, ecológica e epistémica.

Relativamente à adequação cognitiva, este problema atingiu os seguintes indicadores:

- os alunos tinham conhecimentos prévios para resolver o problema, permitindo-lhes a resolução do mesmo;

- o acesso e realização de todos os alunos foi incentivada. Por exemplo, a aluna n.º 1 está em fase de diagnóstico de dislexia, então a investigadora teve de ler o enunciado para esta poder interpretar o problema;

- compreensão conceptual e proposicional; competência comunicativa e argumentativa; fluência processual; consciência situacional; competência metacognitiva. Um aluno quando questionado sobre a solução foi capaz de argumentar e explicar:

I: Como chegaste a essa solução?

A19: Fiz o dobro de cada um dos ingredientes.

I: Porquê o dobro?

A19: Porque 24 é o dobro de 12.

Este problema também se verificou ter adequação afetiva, verificado através de alguns indicadores:

- as tarefas foram de interesse para os alunos. Os alunos quando questionado sobre se tinham gostado de resolver o problema, respondiam "*sim, porque aprendo mais e obtenho mais conhecimentos*";

- as situações para avaliaram a utilidade da matemática na vida quotidiana e profissional. A principal preocupação nesta investigação era os problemas serem relacionados com situações do dia a dia dos alunos;

- a autoestima, evitando rejeição, medo ou fobia de matemática. Todos os alunos resolveram este problema com entusiasmo, uma vez que era relacionado com visita de estudo realizada anteriormente e interpretaram este problema como um caminho necessário para construírem um carro brinquedo;

- as qualidades de beleza e precisão da matemática foram realçadas.

Neste problema adequação ecológica, verificável através dos seguintes indicadores:

- os conteúdos, sua implementação e avaliação estão de acordo com as diretrizes curriculares. Antes de desenhar este problema, a investigadora teve a preocupação de ir ao programa enquadrar o mesmo nas metas curriculares, tal como se pode observar no capítulo anterior;

- relações das tarefas com outros conteúdos intra e interdisciplinares. Neste problema, os alunos interligaram a Matemática, com a Expressão Plástica, através da construção dos carros, e o Português, quando descreveram o seu carro brinquedo.

Finalmente, o problema de construção do carro brinquedo também apresenta adequação epistémica, apresentando os seguintes indicadores:

- apresenta articulação entre a contexto e o problema;

- usa diferentes modos de expressão matemática (verbal, gráfica, simbólica) e estabelece ligações entre as mesma;

- tem linguagem adequada ao público-alvo;

- os procedimentos são claros e corretos, e estão adaptados ao nível educativo a que se dirigem;

- apresenta enunciados e procedimentos fundamentais do tema para o nível educativo dado;

- os objetos matemáticos (problema, definições, preposições, etc.) estão relacionados e ligados entre si.

5.2. Problema 2 – Pão de Centeio

Relativamente ao problema 2, alínea 1.1. (Tabela 38), apresentam-se as resoluções corretas, parcialmente corretas e incorretas, assim como as estratégias e dificuldades dos alunos. A análise dos dados é sustentada pelos registos dos alunos, notas de campos e entrevista.

Tabela 38 *- Enunciado problema 2 – Alínea 1.1.*

1. A turma do 2.º A na visita de estudo ao museu do pão ficou a conhecer a receita do pão de centeio. No entanto, esta receita apenas dá para 12 pessoas e a professora quer fazer esta receita para todos os alunos e para ela própria.

Pão de Centeio (12 pessoas)
Ingredientes
Meio pacote de centeio 1 pacote de farinha de trigo 1 chávena (chá) de leite 2 copos de água morna 1 colher de sal 1 colher de manteiga 1 colher (chá) de açúcar 2 colheres de fermento

1.1. Qual a quantidade de cada ingrediente necessária para fazer pão de centeio para todos os alunos e a professora do 2.º A?

Explica o teu raciocínio através de esquemas, cálculos ou palavras.

Nesta alínea, os alunos duas estratégias: palavras (Figura 39) e operações - multiplicação (Figura 40), das quatros apresentadas no capítulo anterior (desenhos, palavras, adição e multiplicação).

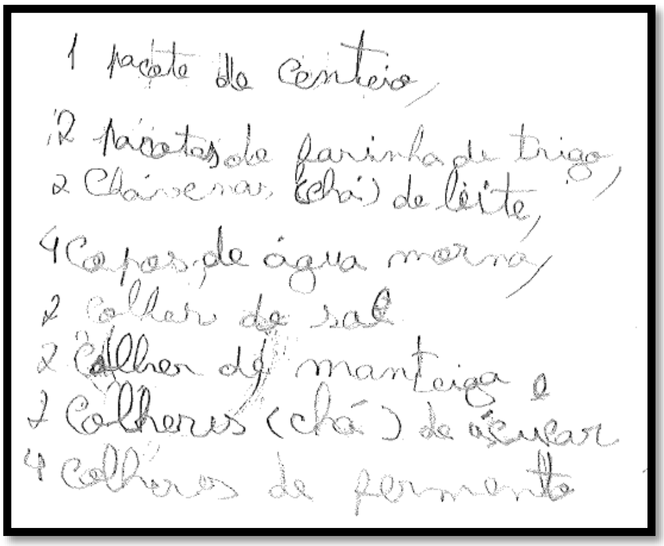


Figura 39 *- Estratégia - Palavras*

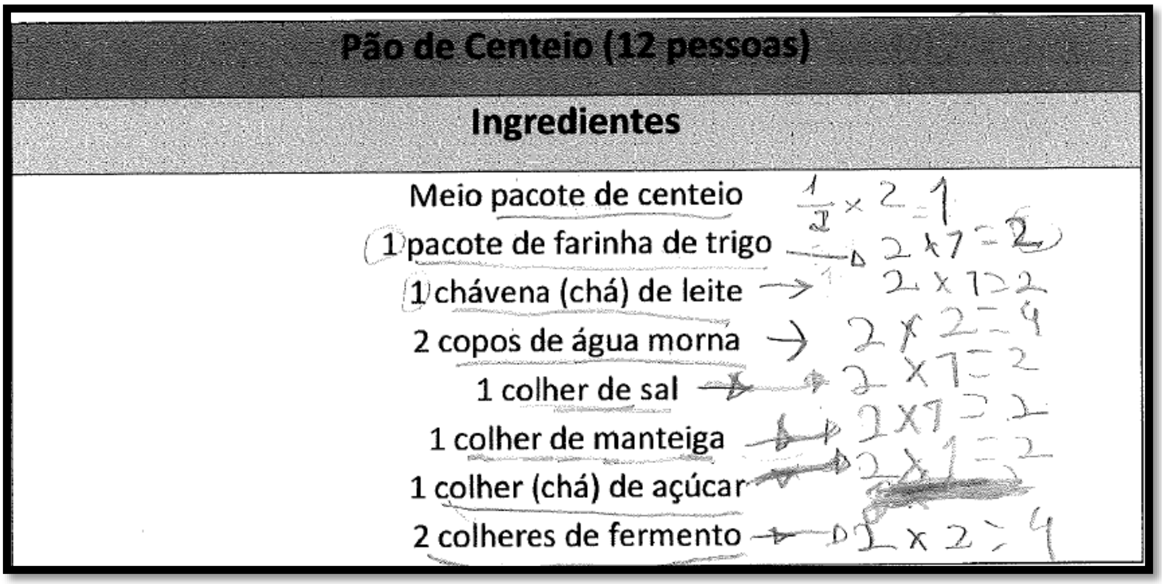


Figura 40 *- Estratégia - Operações (Multiplicação)*

Durante a resolução deste problema foi possível observar algumas dificuldades. A primeira está relacionada com a compreensão do problema, uma vez que, alguns alunos apenas referiram o número e pessoas que iriam comer o pão e não referiram a quantidade de cada ingrediente e outros alunos, necessitaram de exemplos com outras receitas para conseguirem resolver o problema.

A segunda dificuldade está relacionada com os alunos, apesar de terem o conceito de dobro assimilado e terem resolvido várias situações sobre este conteúdo, quando este apareceu numa nova situação tiveram imensas dificuldades em resolver o problema. Os alunos não estão habituados a resolverem este tipo de problemas, dado que quando questionados sobre se tinham realizado algum problema parecido com este, responderam que "*não*".

Neste sentido, a investigadora foi auxiliando na compreensão do problema, para que os alunos tivessem sucesso na resolução do mesmo. Uma das formas de ajuda foi o questionamento como, por exemplo:

I: "*O que é o 24 em relação ao 12?*"

A10: "*É o dobro.*"

A aluna 10 após este diálogo foi capaz de iniciar a resolução do problema.

Outra dificuldade apurada comum a todos os problemas é a formulação da reposta, dado que, onze alunos não a redigiram, escreveram todos os ingredientes (Figura 41) ou redigiram incorretamente a sua resposta (Figura 42).

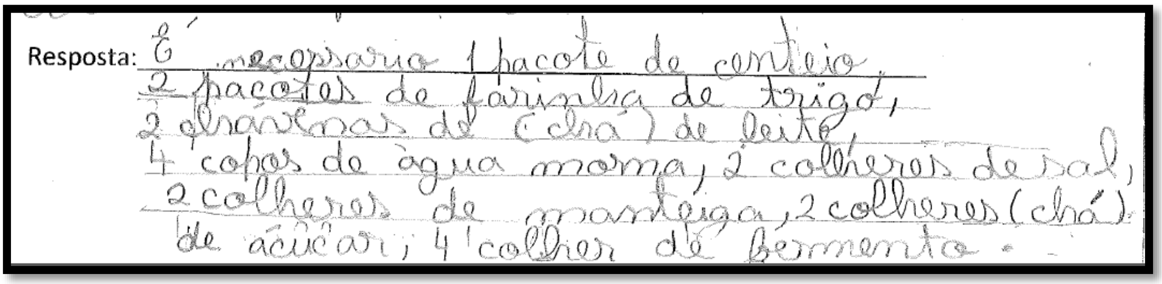

Resposta: É necessario 1 pacote de centeio, 2 pacotes de farinha de trigo, 2 chavenas de (chá) de leite, 4 copos de agua morna, 2 colheres de sal, 2 colheres de manteiga, 2 colheres (chá) de açucar; 4 colher de fermento.

Figura 41 *- Resposta com todos os ingredientes mencionados*

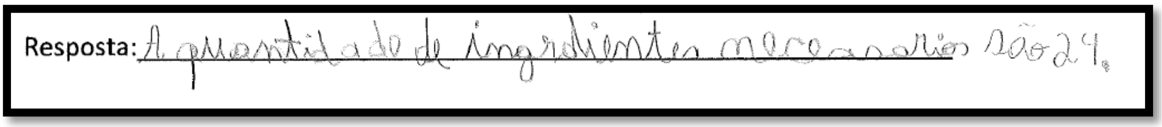

Resposta: A quantidade de ingredientes necessarios são 24.

Figura 42 *- Resposta incorreta*

Como resoluções corretas foram consideradas as resoluções que estratégia, solução e resposta estão corretas. Como resoluções parcialmente corretas considerou-se as resoluções com estratégia correta e resposta incorreta ou estratégia parcialmente correta e resposta correta. Relativamente as resoluções incorretas foram consideradas todas as resoluções que apresentam dados incorretos, que levem a uma resolução incorreta e respetiva solução também incorreta.

A alínea 1.1. do problema 2 foi resolvida por 21 alunos e não foram registas resoluções incorretas (Tabela 39).

Tabela 39 - *Avaliação da resolução - Alínea 1.1.*

Resolução	Correta	Parcialmente correta	Incorreta
N.º de alunos	12	9	0

Através da tabela 39, apesar de não existir nenhuma resolução incorreta, verifica-se que existem nove resoluções parcialmente corretas devido às respostas elaboradas por estes. Contudo, existe um número significativo de resoluções corretas (Figura 43), tendo em conta o panorama inicial de grandes dificuldades compreensão.

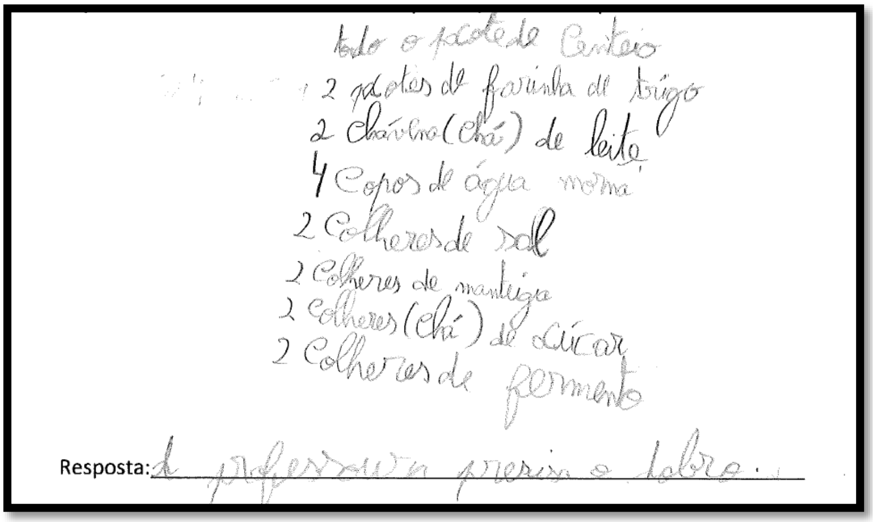


Figura 43 *- Resolução correta*

Relativamente ao problema 2, alínea 1.2.1. (Tabela 40), apresentam-se as resoluções corretas, parcialmente corretas e incorretas, assim como as estratégias e dificuldades dos alunos. A análise dos dados é sustentada pelos registos dos alunos, notas de campos e entrevista.

__Tabela 40__ - Enunciado do problema 2 - Alínea 1.2.1.

1.2. A professora foi ao supermercado e trouxe as seguintes quantidade de cada ingrediente: 1 pacote e meio de centeio 3 pacotes de farinha de trigo 3 chávenas (chá) de leite 6 copos de água morna 3 colher de sal 3 colher de manteiga 3 colher (chá) de açúcar 6 colheres de fermento 1.2.1. A professora trouxe ingredientes em excesso, a turma decidiu convidar algumas assistentes operacionais para comer o pão de centeio. Quantas pessoas podem convidar para além das pessoas da turma? Explica o teu raciocínio através de esquemas, cálculos ou palavras.

Nesta alínea, os alunos utilizaram uma estratégia, operações (Figura 44), das três possíveis (palavras e operações; desenhos e operações; operações).

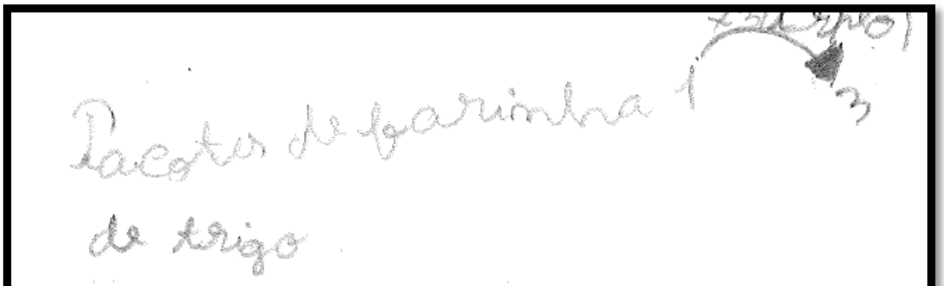


***Figura 44** - Estratégia - Operações*

Os alunos na resolução deste problema tiveram dificuldades de compreensão do mesmo, existindo situações onde os alunos fizeram o triplo de cada ingrediente, não fazendo o que era pedido (Figura 45) e outros alunos não concluíram o raciocínio, ou seja, referem para quantas pessoas dá a receita, no entanto, não mencionam quantas pessoas convidaram (Figura 46).

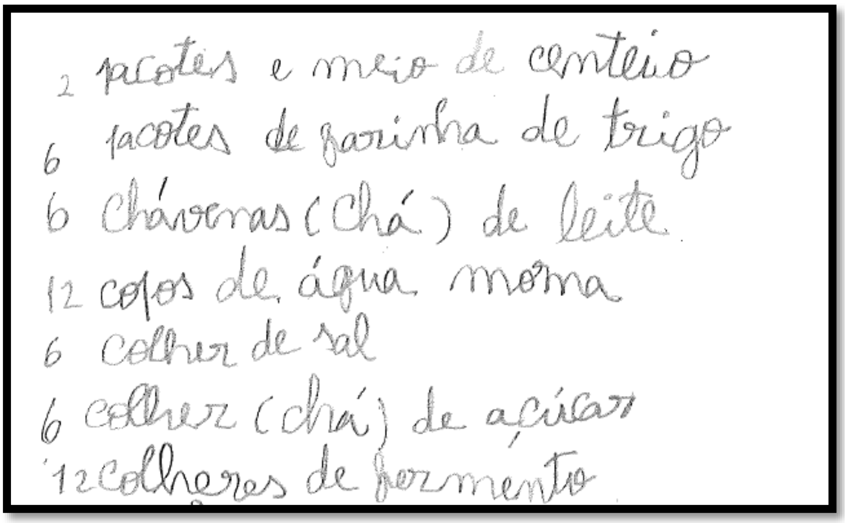


Figura 45 *- Erros de compreensão*

Figura 46 *- Erros de compreensão*

Tal como foi verificado na alínea anterior, os alunos na resolução deste problema apesar de terem o conceito de triplo assimilado e terem resolvido várias situações sobre este conteúdo, quando este apareceu numa nova situação tiveram imensas dificuldades aplicá-lo. Neste sentido, é possível mencionar que os alunos têm dificuldade usar conhecimentos adquiridos anteriormente em novas situações.

Na resolução deste problema foi possível observar que os alunos têm dificuldade em formular uma resposta (Figura 47).

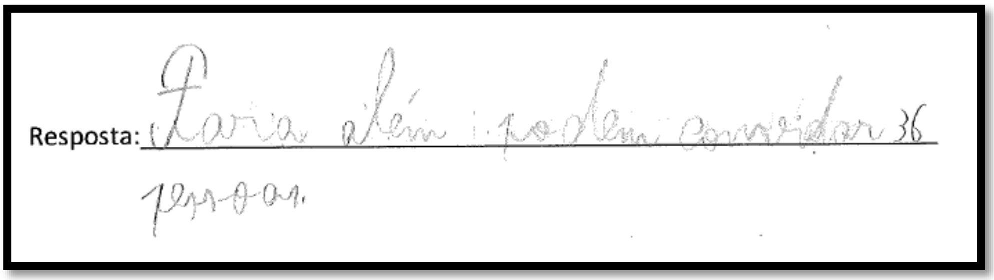


Figura 47 - Dificuldade na formulação de resposta

Como resoluções corretas foram consideradas as resoluções que estratégia, solução e resposta estão corretas. Como resoluções parcialmente corretas considerou-se as resoluções com estratégia correta e resposta incorreta ou estratégia parcialmente correta e resposta correta. Relativamente as resoluções incorretas foram consideradas todas as resoluções que apresentam dados incorretos, que levem a uma resolução incorreta e respetiva solução também incorreta.

A alínea 1.2.1. do problema 2 foi resolvida por 21 alunos e foram registas apenas duas resoluções incorretas (Tabela 41).

Tabela 41 *- Avaliação da resolução - Alínea 1.2.1.*

Resolução	Correta	Parcialmente correta	Incorreta
N.º de alunos	12	7	2

De acordo com a tabela 41, 12 alunos resolveram corretamente o problema (Figura 48), contudo, um número significativo de alunos (sete) não resolveram corretamente ou apenas conseguiram concluir que era o triplo dos ingredientes, e não referia o número de convidados.

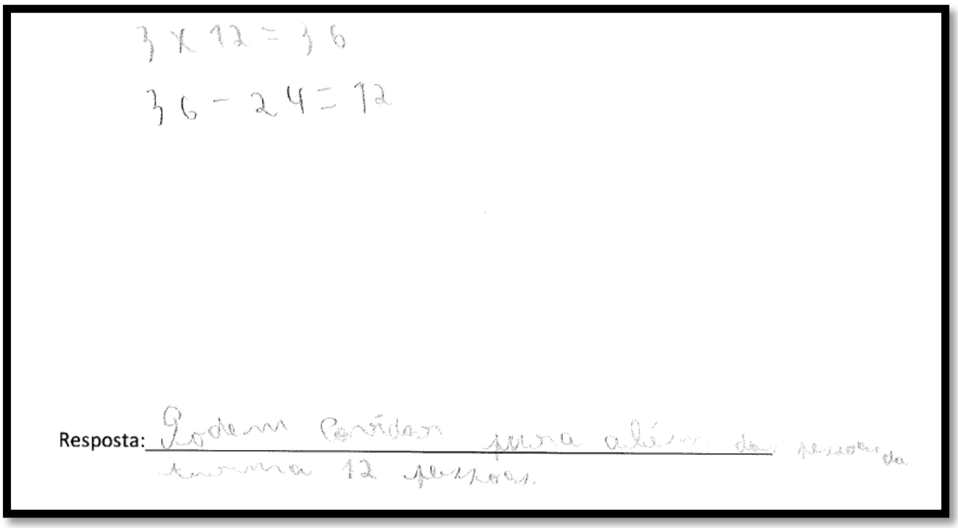


Figura 48 *- Resolução correta da alínea 1.2.1.*

Seguidamente apresenta-se a avaliação da adequação didática do problema 2 – Pão de Centeio, relativo a quatro das componentes que compõem a adequação didática proposta inicialmente: adequação cognitiva, afetiva, ecológica e epistémica.

Relativamente à adequação cognitiva, este problema atingiu os seguintes indicadores:

- os alunos tinham conhecimentos prévios para resolver o problema, permitindo-lhes a resolução do mesmo;

- o acesso e realização de todos os alunos foi incentivada, um vez que os alunos com maiores dificuldades tiveram ajuda na interpretação do problema. A investigadora recorreu a desenhos e a ingredientes reais para explicar o problema a esses alunos, organizando as suas ideias;

- compreensão conceptual e proposicional; competência comunicativa e argumentativa; fluência processual; consciência situacional; competência metacognitiva. Alguns alunos quando questionados sobre a sua resolução são capazes de explicar o processo de raciocínio:

I: Porque escolheste essa estratégia?

A20: Porque tinha do triplo dos ingredientes, então dava para o triplo de pessoas iniciais. Depois, retirei as 24 pessoas da turma para saber quantas pessoas podia convidar.

Este problema também se verificou ter adequação afetiva, verificado através de alguns indicadores:

- as tarefas foram de interesse para os alunos. Os alunos quando questionado sobre se tinham gostado de resolver este problema respondiam "*sim, porque gosto de fazer contas e estamos a fazer um problema relacionado com o Museu do Pão que já conhecemos*";

- as situações para avaliaram a utilidade da matemática na vida quotidiana e profissional. A principal preocupação nesta investigação era os problemas serem relacionados com situações do dia a dia dos alunos;

- autoestima, evitando rejeição, medo ou fobia de matemática. Todos os alunos resolveram este problema com entusiasmo, uma vez que era relacionado com visita de estudo realizada anteriormente. Os alunos referiam que "*gostei de resolver este problema, porque era divertido e fácil*";

- as qualidades de beleza e precisão da matemática foram realçadas.

Neste problema a adequação ecológica verifica-se através dos seguintes indicadores:

- os conteúdos, sua implementação e avaliação estão de acordo com as diretrizes curriculares. Antes de desenhar este problema, a investigadora teve a preocupação de ir ao programa e enquadrar o mesmo nas metas curriculares, tal como se pode observar no capítulo anterior;

- os conteúdos contribuíram para a formação socioprofissional dos alunos.

Finalmente, o problema de construção do carro brinquedo também apresenta adequação epistémica, apresentando os seguintes indicadores:

- apresenta articulação entre a contexto e o problema;

- usa diferentes modos de expressão matemática (verbal, gráfica, simbólica) e estabelece ligações entre as mesma;

- tem linguagem adequada ao público-alvo;

- os procedimentos são claros e corretos, e estão adaptados ao nível educativo a que se dirigem;

- apresenta enunciados e procedimentos fundamentais do tema para o nível educativo dado;

- os objetos matemáticos (problema, definições, preposições, etc.) estão relacionados e ligados entre si.

5.3. Problema 3 – Problema do Piquenique

Relativamente ao problema 3, alínea 1.1. (Tabela 42), apresentam-se as resoluções corretas, parcialmente corretas e incorretas, assim como as estratégias e dificuldades dos alunos. A análise dos é sustentada pelos registos dos alunos, notas de campos e entrevista.

Tabela 42 - *Enunciado problema 3 - Alínea 1.1.*

1. Dez amigos foram fazer um piquenique. Eles querem partilhar a sua comida em igual quantidade e não há partes restantes. 1.1. O João, o David e o Pedro partilharam 24 uvas. Desenha figuras, faz cálculos ou escreve legendas para provar a quantidade de comida que cada amigo irá ter.

Neste problema foi possível observar diversas estratégias (Tabela 43), ou seja, os alunos apresentaram tabelas (Figura 49), desenhos (Figura 50) e operações (Figura 51).

Tabela 43 - *N.º de alunos por estratégia*

Estratégia	N.º de alunos
Tabelas	1
Desenhos	14
Operações	5

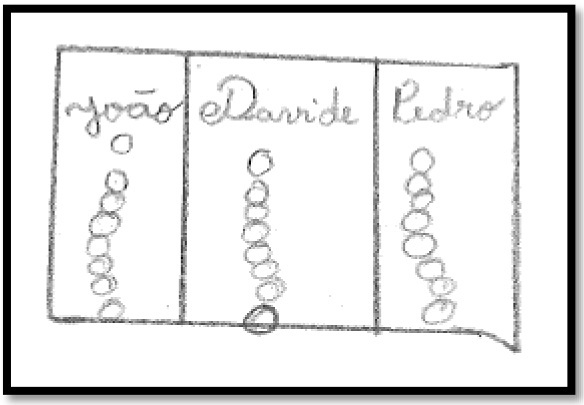


Figura 49 - *Estratégia – Tabela*

Figura 50 ***-*** *Estratégia – Cálculos*

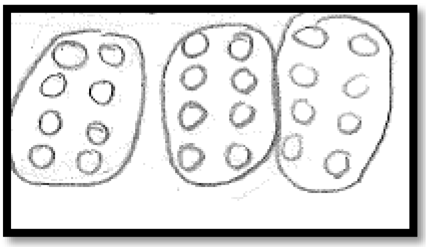


Figura 51 ***-*** *Estratégia – Desenhos*

A maioria dos alunos resolveu este problema sem grande dificuldade, no entanto, houve uma aluna que teve dificuldade em compreender o enunciado, dado que necessitou de sinónimos de "partilhar", sendo ajudada pelos colegas que referiram "dividir" e "repartir" e um aluno não interpretou corretamente o problema. Inicialmente, desenhou 24 uvas, depois repartiu em seis grupos e eu questionei-o:

I: Quantos amigos eram?

A20: Eram 3.

I: Mas tu desenhas-te 6 amigos.

Depois deste diálogo o aluno desenhou outro grupo incluindo dois subgrupos (Figura 52)

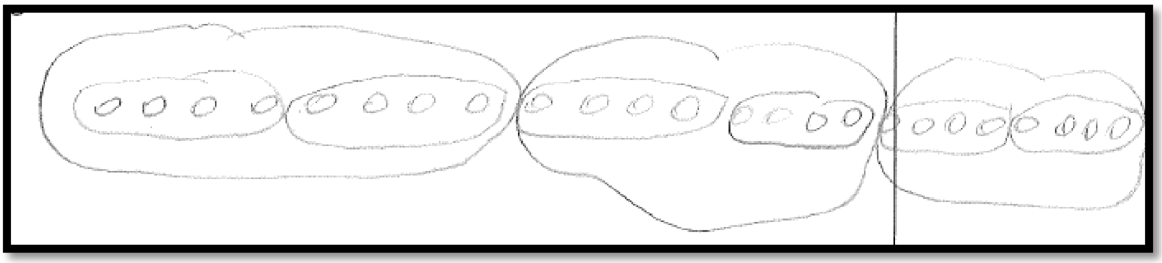


Figura 52 ***-*** *Resolução do aluno A20*

Como resoluções corretas foram consideradas as resoluções que estratégia, solução e resposta estão corretas. Como resoluções parcialmente corretas considerou-se as resoluções com estratégia correta e resposta incorreta ou estratégia parcialmente correta e resposta correta. Relativamente as resoluções incorretas foram consideradas todas as resoluções que apresentam dados incorretos, que levem a uma resolução incorreta e respetiva solução também incorreta.

A alínea 1.1. do problema 3 foi resolvida por 20 alunos e todas as resoluções estavam corretas (Tabela 44).

Tabela 44 *- Avaliação da resolução - Alínea 1.1.*

Resolução	Correta	Parcialmente correta	Incorreta
N.º de alunos	20	0	0

De acordo com a tabela 44, verifica-se que os alunos não tiveram dificuldade em resolver este problema, tal como foi referido anteriormente. Neste sentido, todas as resoluções estavam corretas (Figura 53).

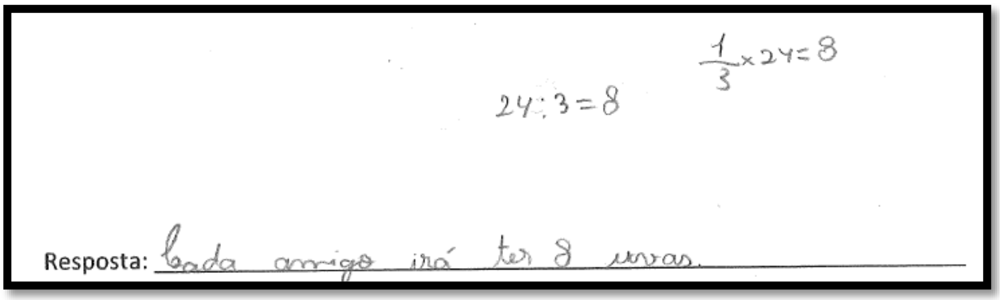


Figura 53 *- Exemplo de resolução correta*

Relativamente ao problema 3, alínea 1.2. (Tabela 45), apresentam-se as resoluções corretas, parcialmente corretas e incorretas, assim como as estratégias e dificuldades dos alunos. A análise dos dados é sustentada pelos registos dos alunos, notas de campos e entrevista.

Tabela 45 *- Enunciado problema 3 - Alínea 1.2.*

1.2. A Jéssica, a Ema, a Carla e a Luísa partilharam duas sanduiches em pão com a forma de um quadrado.

Desenha figuras, faz cálculos ou escreve legendas para provar a quantidade de comida que cada amigo irá ter.

Relativamente às estratégias usadas pelos alunos para a resolução deste problema, verificou-se que os alunos utilizaram as previstas no capítulo anterior (Tabela 46), operações e desenhos (Figura 54).

Tabela 46 *- N.º de alunos por estratégia*

Estratégia	N.º de alunos
Operações	9
Desenhos	10

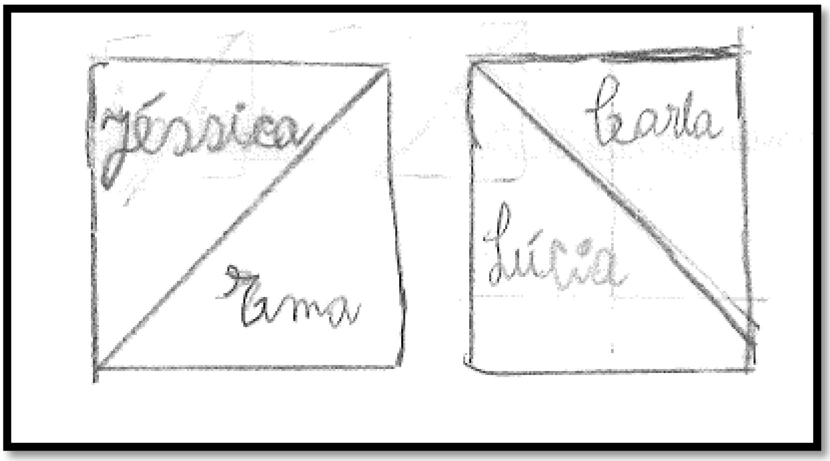


Figura 54 *- Estratégia - Desenhos*

Os alunos, neste problema, tiveram dificuldade em compreender o problema, uma vez que havia apenas duas sanduiches e eram quatro amigos. Neste sentido, alguns alunos necessitaram de ajuda. Um exemplo de um diálogo que decorreu entre a investigadora e um aluno foi:

I: Tens uma sanduiche e queres repartir por dois amigos. Quanto come cada um?

A5: Metade da sanduiche.

I: Nesta situação, tens quatro amigos e duas sanduiches. Quanto come cada um?

A5: Cada amigo come metade de uma sanduiche.

Outra dificuldade observada na resolução deste problema foi que todos os alunos que utilizaram operações para resolveram este problema erraram e não chegaram à solução do problema (Figura 55). No entanto, existem algumas operações lógicas, contudo, os alunos, por falta de conhecimentos, não conseguiram prosseguir ou resolveram erradamente (Figura 56).

Figura 55 - *Resolução incorreta*

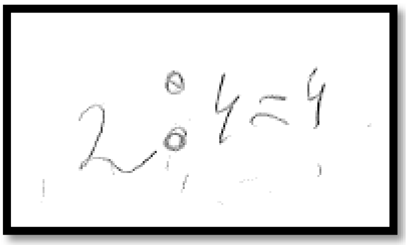


Figura 56 - *Resolução incorreta (Interpretação correta)*

Ainda relacionado com este tópico das dificuldades, uma aluna apresentou uma resposta correta, no entanto, através da observação da sua estratégia não foi possível observar como chegou aquela conclusão (Figura 57).

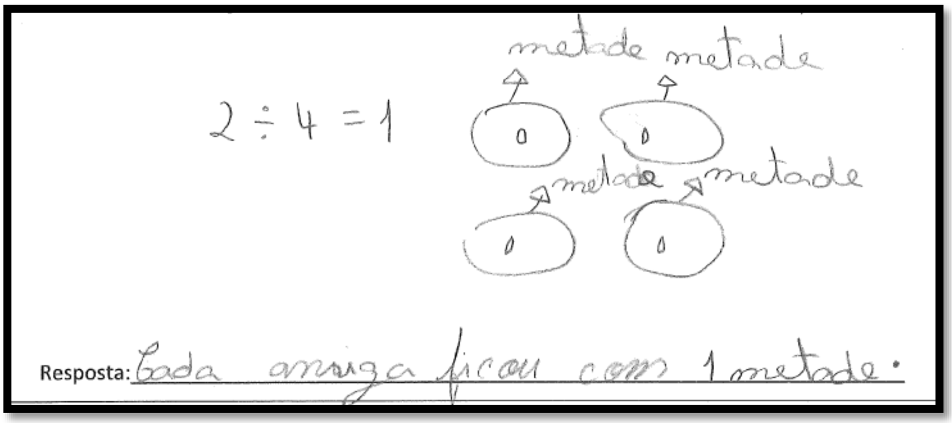


Figura 57 - *Resposta correta, estratégia confusa*

Como resoluções corretas foram consideradas as resoluções que estratégia, solução e resposta estão corretas. Como resoluções parcialmente corretas considerou-se as resoluções com estratégia correta e resposta incorreta ou estratégia parcialmente correta e resposta correta. Relativamente as resoluções incorretas foram consideradas todas as resoluções que apresentam dados incorretos, que levem a uma resolução incorreta e respetiva solução também incorreta.

A alínea 1.2. do problema 3 foi resolvida por 20 alunos, sendo que neste problema houve uma grande taxa de insucesso na resolução do mesmo (Tabela 47).

Tabela 47 *- Avaliação da resolução - Alínea 1.1.*

Resolução	Correta	Parcialmente correta	Incorreta
N.º de alunos	8	3	9

De acordo com a tabela 48, verifica-se que apenas nove alunos resolveram corretamente o problema (Figura 58).

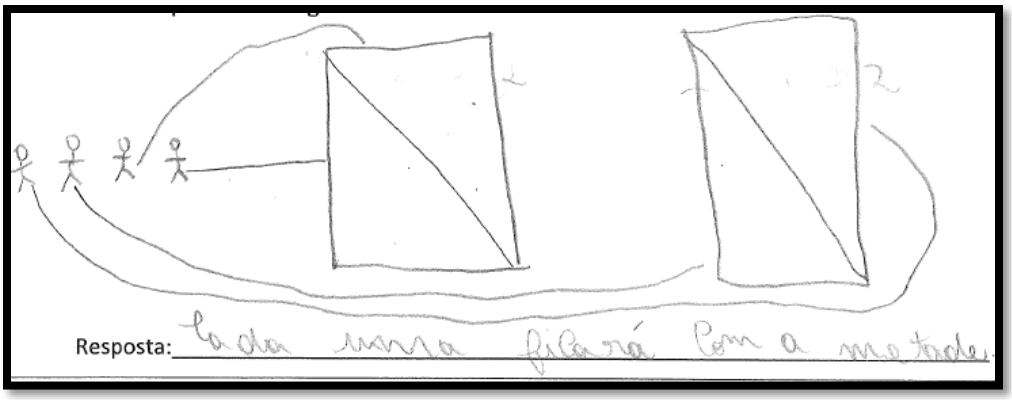


Figura 58 *- Resolução correta*

Relativamente ao problema 3, alínea 1.3. (Tabela 48), apresentam-se as resoluções corretas, parcialmente corretas e incorretas, assim como as estratégias e dificuldades dos alunos. A análise dos dados é sustentada pelos registos dos alunos, notas de campos e entrevista.

Tabela 48 *- Enunciado problema 3 - Alínea 1.3.*

1.3. O João, o Isaac, a Ema, a Sara e a Carla partilharam 20 morangos. Desenha figuras, faz cálculos ou escreve legendas para provar a quantidade de comida que cada amigo irá ter.

Neste problema 18 alunos utilizaram operações para o resolverem (Figura 59), e apenas dois alunos utilizaram desenhos para chegar à solução do problema (Figura 60).

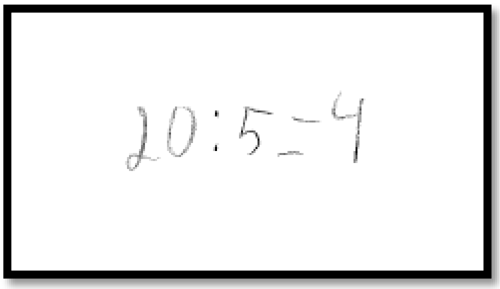


Figura 59 *- Estratégia - Operações*

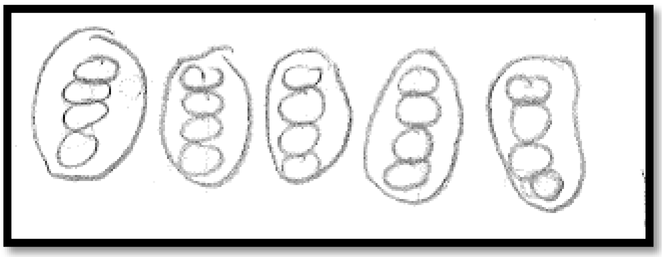


Figura 60 *- Estratégia - Desenhos*

Na resolução deste problema, alguns alunos interpretaram incorretamente o problema, uma vez que assumiram que existiam quatro amigos a dividir pelos 20 morangos. Neste sentido apresentaram a seguinte expressão:

$$4 \div 20 = 5$$

Ao verificar esta situação, a investigadora colocou a seguinte questão ao aluno: “tens quatro amigos a dividir por 20 morangos, ou tens 20 morangos para repartir por quatro amigos”. Perante esta questão, os alunos trocavam os fatores.

Os restantes alunos não apresentaram quaisquer dificuldades na resolução deste problema. Neste sentido, quando os alunos eram inquiridos referiam que *“não tinha tido qualquer dificuldade na resolução do problema*”.

Como resoluções corretas foram consideradas as resoluções que estratégia, solução e resposta estão corretas. Como resoluções parcialmente corretas considerou-se as resoluções com estratégia correta e resposta incorreta ou estratégia parcialmente correta e resposta correta. Relativamente as resoluções incorretas foram consideradas todas as resoluções que apresentam dados incorretos, que levem a uma resolução incorreta e respetiva solução também incorreta.

A alínea 1.2. do problema 3 foi resolvida por 20 alunos, neste problema todos os alunos resolveram corretamente (Figura 61), apesar de alguns chegarem ao resultado após esclarecimento com investigadora (Tabela 49)

Tabela 49 *- Avaliação da resolução - Alínea 1.1.*

Resolução	Correta	Parcialmente correta	Incorreta
N.º de alunos	20	0	0

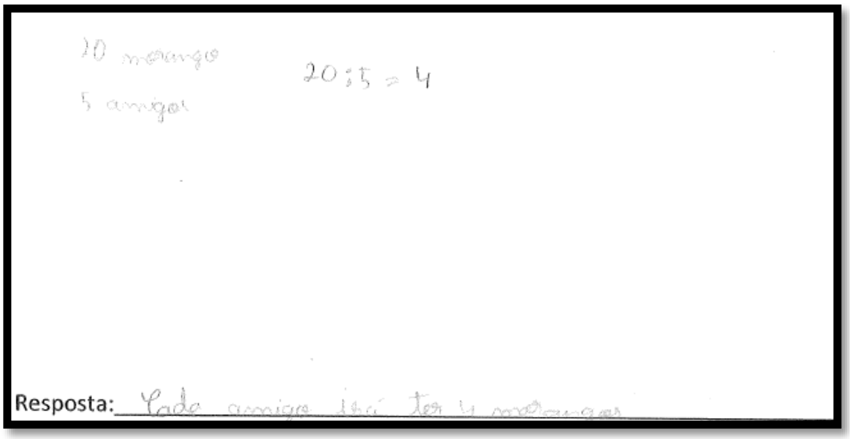


Figura 61 *- Exemplo de resolução correta*

Relativamente ao problema 3 alínea 1.4. (Tabela 50), apresentam-se as resoluções corretas, parcialmente corretas e incorretas, assim como as estratégias e dificuldades dos alunos. A análise de dados é sustentada pelos registos dos alunos, notas de campos e entrevista.

Tabela 50 *- Enunciado problema 3 - Alínea 1.3.*

1.4. A Liliana, o Max, o Isaac, a Carla, a Sara, a Ema, o Nuno e a Beatriz partilharam uma pizza em forma de círculo. Desenha figuras, faz cálculos ou escreve legendas para provar a quantidade de comida que cada amigo irá ter.

Neste problema, os alunos usaram as duas estratégias possíveis para a resolução deste problema. A maioria dos alunos (18) optou pela utilização dos desenhos (Figura 62) e dois alunos que utilizaram operações.

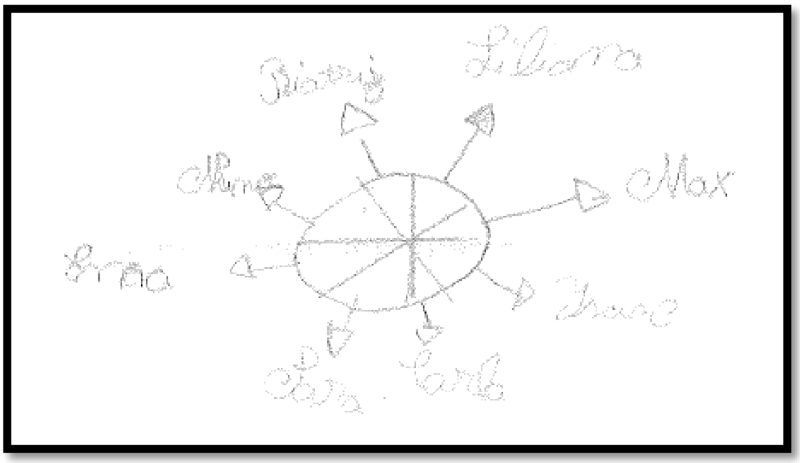


Figura 62 *- Estratégia – Desenhos*

Nesta última alínea observou-se maiores dificuldades do que nas anteriores, uma vez que havia apenas uma *pizza* para oito amigos. Neste sentido, aqueles alunos que tentaram a estratégia operações não conseguiram chegar à solução pretendida (Figura 63).

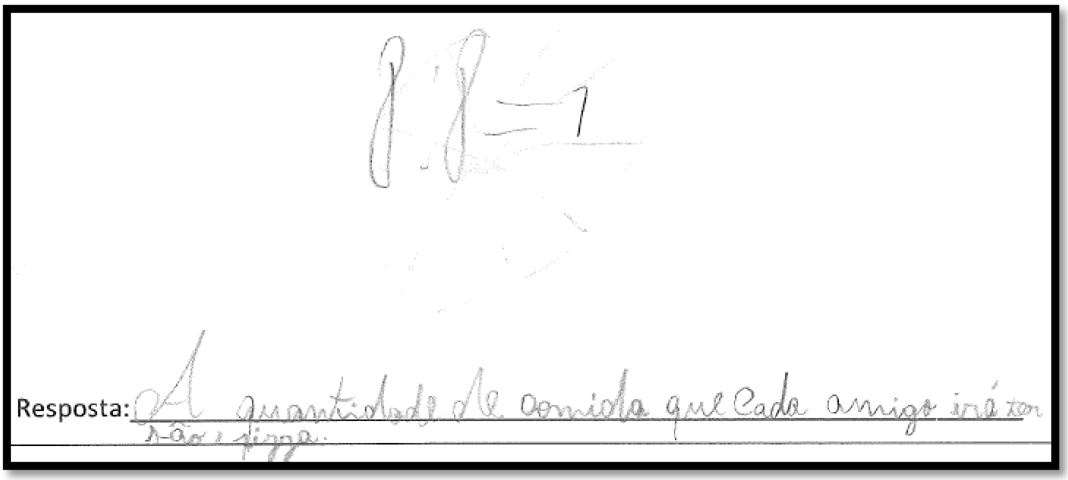


Figura 63 *- Resolução incorreta*

No entanto, houve um aluno que utilizou os desenhos e que também não chegou à solução do problema, pois dividiu incorretamente a *pizza* (Figura 64). Este aluno não dividiu a pizza em oito partes iguais, tal como era pedido no enunciado do problema, no entanto, este aluno fez oito riscos na divisão da pizza, revelando incompreensão do problema.

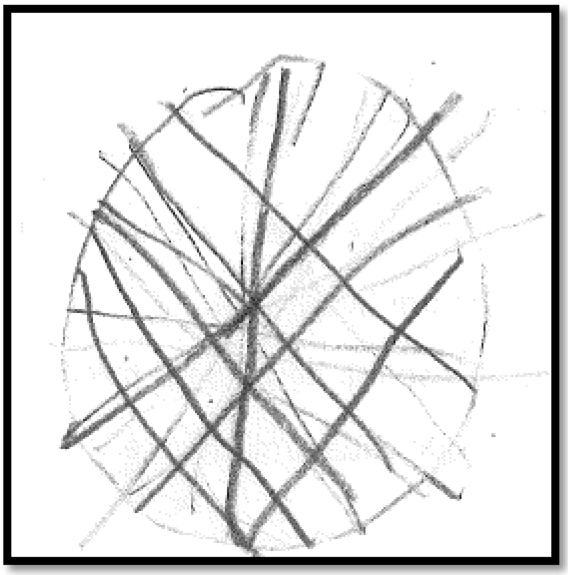


Figura 64 *- Divisão incorreta da pizza*

A maioria dos alunos, apesar de terem resolvido corretamente o problema, não associaram a conteúdos lecionados anteriormente, neste caso, a oitava parte de uma unidade. Os alunos dividiram corretamente a *pizza* em oito partes iguais e referem na resposta que casa aluno comeu uma fatia de pizza, sem referir que essa fatia é $\frac{1}{8}$ (Figura 65). No entanto, a resolução está correta apesar de não relacionar com as frações.

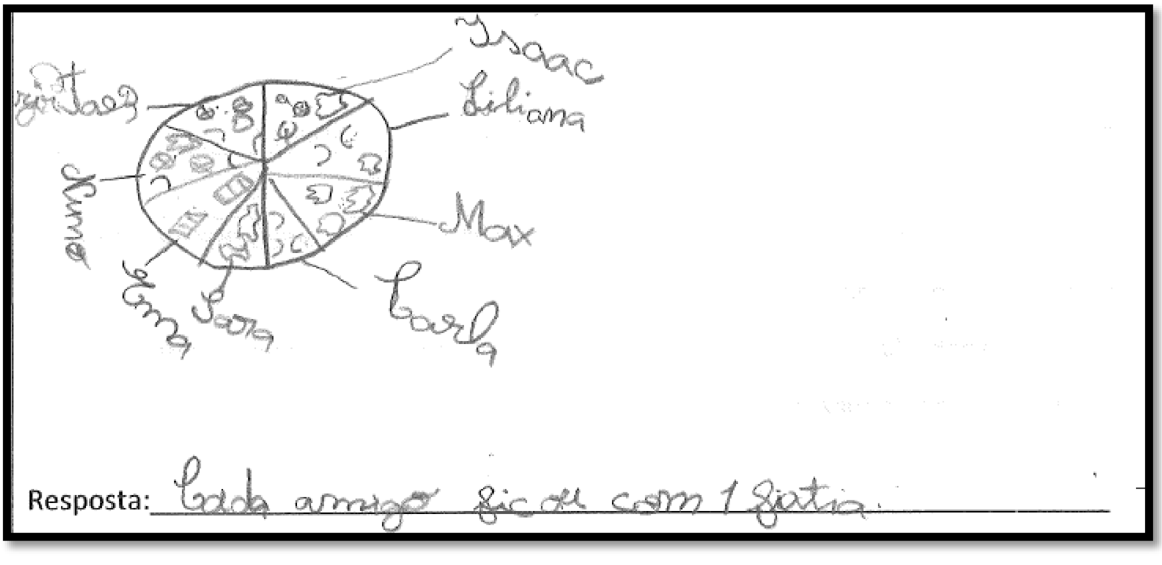


Figura 65 - *Compreensão correta sem menção à fração correspondente*

Outra dificuldade verificada foi a formulação de uma resposta correta, dado que houve alunos que não escreveram resposta e outros escreveram incorretamente (Figura 66).

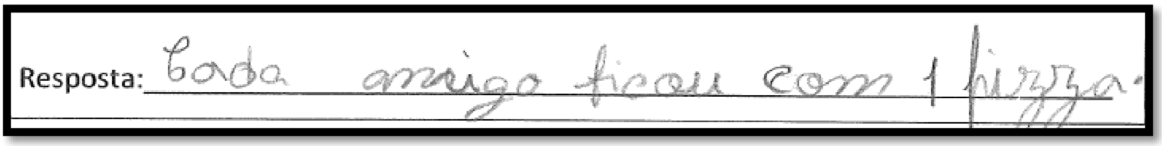


***Figura 66** - Resposta incorreta*

Como resoluções corretas foram consideradas as resoluções que estratégia, solução e resposta estão corretas. Como resoluções parcialmente corretas considerou-se as resoluções com estratégia correta e resposta incorreta ou estratégia parcialmente correta e resposta correta. Relativamente as resoluções incorretas foram consideradas todas as resoluções que apresentam dados incorretos, que levem a uma resolução incorreta e respetiva solução também incorreta.

A alínea 1.4. do problema 3 foi resolvida por 20 alunos, sendo que neste problema apenas três alunos resolveram de forma incorreta o problema (Tabela 51). No entanto, há um número significativo de resoluções corretas (Figura 67).

***Tabela 51** - Avaliação da resolução - Alínea 1.4.*

Resolução	Correta	Parcialmente correta	Incorreta
N.º de alunos	14	3	3

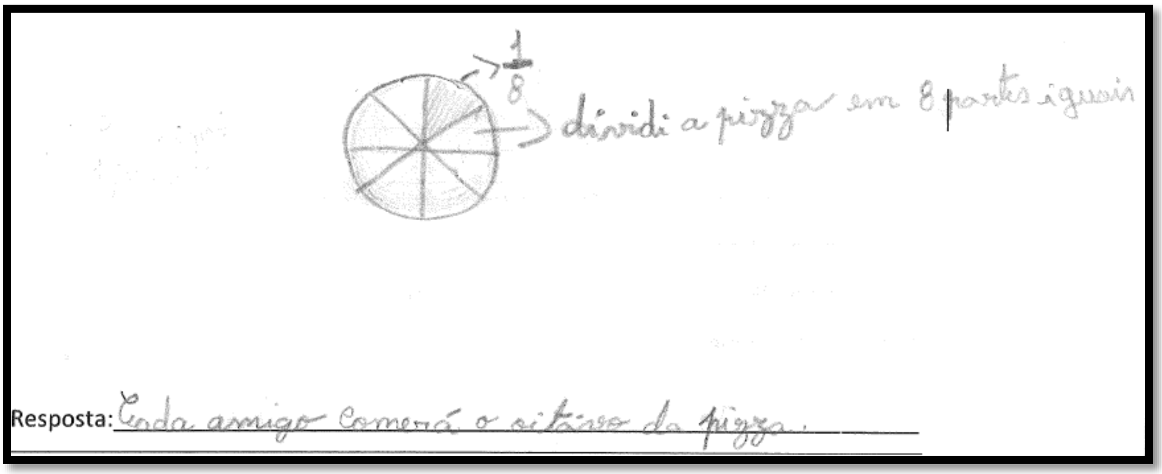


Figura 67 *- Exemplo de resolução correta*

De seguida, apresenta-se a avaliação da adequação didática do problema 3 – Problema do Piquenique, relativo a quatro das componentes que compõem a adequação didática: proposta inicialmente, adequação cognitiva, afetiva, ecológica e epistémica.

Relativamente à adequação cognitiva, este problema atingiu os seguintes indicadores:

- os alunos tinham conhecimentos prévios para resolver o problema, ou seja, a maioria dos alunos foram capazes de resolver os problemas;

- o acesso e realização de todos os alunos foi incentivada. Por exemplo, quando a aluno não conseguiu interpretar um problema e os restantes colegas forneceram sinónimos de uma palavra para que se facilitasse a sua interpretação;

- compreensão conceptual e proposicional; competência comunicativa e argumentativa; fluência processual; consciência situacional; competência metacognitiva. Alguns alunos quando estavam a resolver um problema erradamente, ao serem questionados pela investigadora foram capazes de refletir e alterar a sua resolução inicial;

Este problema também se verificou ter adequação afetiva, verificado através de alguns indicadores:

- as tarefas foram de interesse para os alunos.

- as situações para avaliaram a utilidade da matemática na vida quotidiana e profissional. A principal preocupação nesta investigação era os problemas serem relacionados com situações do dia a dia dos alunos;

- a autoestima, evitando rejeição, medo ou fobia de matemática. Todos os alunos resolveram este problema com entusiasmo, uma vez que era relacionado com visita de estudo realizada anteriormente. Os alunos referiam que "*gostei de resolver este problema*";

- as qualidades de beleza e precisão da matemática foram realçadas.

Neste problema adequação ecológica é verificável através dos seguintes indicadores:

- os conteúdos, sua implementação e avaliação estão de acordo com as diretrizes curriculares. Antes de desenhar este problema, a investigadora teve a preocupação de ir ao programa e enquadra-lo nas metas curriculares, tal como se pode observar no capítulo anterior;

- os conteúdos contribuíram para a formação socioprofissional dos alunos.

Finalmente, o problema de construção do carro brinquedo também apresenta adequação epistémica, apresentando os seguintes indicadores:

- apresenta articulação entre a contexto e o problema;

- usa diferentes modos de expressão matemática (verbal, gráfica, simbólica) e estabelece ligações entre as mesma;

- tem linguagem adequada ao público-alvo;

- os procedimentos são claros e corretos, e estão adaptados ao nível educativo a que se dirigem;

- apresenta enunciados e procedimentos fundamentais do tema para o nível educativo dado;

- os objetos matemáticos (problema, definições, preposições, etc.) estão relacionados e ligados entre si.

Capítulo VI – Conclusão

Neste capítulo será apresentada uma síntese do estudo, assim como as principais conclusões, dando resposta às questões de investigação. No final serão realizadas algumas considerações relativamente a este estudo, limitações e algumas recomendações.

6.1. Síntese do Estudo

A presente investigação pretendia analisar as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas da vida real e suas dificuldades, e verificar a atitude dos alunos ao resolver problemas da vida real. Este estudo foi realizado no 1.º ciclo do ensino básico e está incluído no programa de matemática do ensino básico, incidindo essencialmente na resolução de problemas. Os principais objetivos desta investigação são: i) resolver problemas da vida real; ii) verificar as dificuldades dos alunos na resolução de problemas da vida real; iii) identificar as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas da vida real; iv) averiguar as atitudes dos alunos quando confrontado com problemas da vida real; v) apurar os contributos dos problemas da vida real no estabelecimento de relações intra e interdisciplinares.

Neste quadro, o desenvolvimento desta investigação teve como questões de investigação:

- Quais as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas da vida real?
- Qual a atitude dos alunos quando confrontados com problemas da vida real?
- Qual o contributo dos problemas da vida real no estabelecimento de relações intra e interdisciplinares?

Os problemas realistas permitiram motivar e interessar todos os intervenientes. Foram realizados três problemas divididos em várias alíneas, proporcionando aos alunos diversidade de contextos para desenvolverem a destreza e a capacidade na resolução deste tipo de problemas. Os problemas foram desenvolvidos em diversas aulas (Matemática, Português e Expressão Plástica).

O presente estudo é um estudo de caso, sendo os seus participantes a turma do 2.º A da Escola Básica do 1.º Ciclo de Esgueira. Os instrumentos utilizados para a recolha de dados foram o diário de bordo, as produções orais e escritas dos alunos. O papel destes instrumentos nesta investigação foi fundamental, pois contribuiu para dar resposta às questões de investigação.

6.2. Principais conclusões

Após a recolha de dados efetuada no capítulo anterior e do seu cruzamento com a revisão da literatura efetuada é possível retirar as conclusões que são apresentadas seguidamente.

6.2.1. Questão de investigação 1

1) Quais as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas da vida real?

Os três problemas referem-se a situações reais que são extraídas diretamente da experiência vivida pelos dos alunos e as questões e atividades matemáticas fazem referência à Matemática.

Deste modo, tal como referiu Gravemeijer e Doorman (1999), os problemas reais bem escolhidos oferecem oportunidades para os alunos desenvolverem, informalmente, estratégias de solução de contexto específico, e que são utilizados para apoiar no ensino da Matemática (citado por Doorman, 2007, p.4).

A seleção das estratégias é a etapa mais difícil da resolução de problemas e a sua escolha depende de experiências anteriores. Neste sentido, estes alunos, como têm pouca experiência a resolver este tipo de problemas, revelam dificuldades na escolha das estratégias, tendo tendência para usar quase sempre a mesma.

Nestes problemas os alunos utilizaram essencialmente desenhos e operações (multiplicação e adição) e, muito esporadicamente, utilizaram tabelas e palavras. Estas estratégias que foram utilizadas nestes problemas poderão futuramente ser formalizadas e auxiliar os alunos a resolver todos os tipos de problemas.

Contudo, durante o período de observação a investigadora verificou que os alunos tinham grandes dificuldades em resolver problemas, no entanto, com a resolução deste tipo de problemas verificou-se que na sua maioria os alunos tiveram sucesso na resolução dos mesmos.

Nesta perspetiva, o uso de situações contextualizadas é fundamental para servir de base à aprendizagem da Matemática, tal como defende o Freudenthal (1991) ao referir que o mundo real é uma fonte para iniciar o desenvolvimento de conceitos matemáticos. (citado por Doorman, 2007, p. 3).

À semelhança do que referia Schoenfeld (1985), os conhecimentos e os recursos que um aluno tem à sua disposição são muito importantes. Neste sentido, foi possível verificar que os alunos apesar de terem conhecimento prévio sobre determinados conteúdos, foram incapazes de os empregar em situações novas.

Verificou-se, também a importância dos alunos terem conhecimento das diversas estratégias de resolução de problemas, pois, como foi possível observar nos dados obtidos, o sucesso da resolução dependia da estratégia utilizada pelos alunos.

Contudo, a aprendizagem na resolução de problemas é complexa, uma vez que implica lembrar diversos aspetos, nomeadamente, a aplicação de procedimentos bem apreendidos (Palhares, 2004). Estes alunos revelaram pouca experiência a resolver problemas reais levando a que estes tivessem algumas dificuldades inerentes à situação.

No entanto, com um trabalho continuado com este género de problemas, os alunos podem desenvolver ferramentas matemáticas de compreensão (Freudenthal, 1991, citado por Godino et al. 2014).

Outra dificuldade observada em todos os problemas foi a incapacidade de formular uma resposta, sendo algo inesperado pois nenhum dos autores de referência mencionaram esta dificuldade.

Polya (1977) sugere que na resolução de problemas se deve passar por quatro (compreender o problema; estabelecer um plano de resolução; executar o plano; retrospetiva fases). Contudo, estes alunos apenas passam por duas dessas: estabelecer um plano de resolução – delineiam um plano para chegar à solução, escolhem a estratégia adequada ao problema, tendo por base as experiências anteriores; e executar o plano – executa-se o plano que se elaborou na fase anterior, tendo por objetivo chegar à solução. Neste sentido, estes alunos saltam fases importante que ajudariam a compreender e interpretar melhor o problema como, por exemplo, identificar os dados do problema, analisar os dados, identificar os dados principais e colocar questões sobre o problema. e não passam pela fase relativa à verificação da resposta como, por exemplo, verificar se as soluções estão de acordo com o problema e caso não estejam procurar soluções alternativas. Esta última fase permitiria aos alunos retomarem ou alterarem a estratégia inicial caso a solução não fosse a correta.

Contudo, estes problemas permitiram aos alunos familiarizar-se com a Matemática, através da experiência adquirida com o seu dia a dia e desta forma os alunos formalizam os seus conhecimentos informais e intuições. Deste modo, posso afirmar que os alunos matematizaram as situações problemáticas apresentadas. *"If the students experience the process of reinventing mathematics as expanding common sense, then they will experience no dichotomy between everyday life experience and mathematics. Both will be part of the same reality*" (Gravemeijer and Doorman, 1999, p. 127).

Assim sendo, o trabalho desenvolvido promoveu uma compreensão da matemática em detrimento da memorização (Cobb, Quing Zhao & Visnovska, 2010).

6.2.2. Questão de investigação 2

2) Qual a atitude dos alunos quando confrontados com problemas da vida real?

De acordo com os indicadores de Godino (2011) relativos à adequação afetiva é possível afirmar que os alunos se mostraram motivados para a resolução dos problemas propostos. As tarefas eram do interesse dos alunos, não só pela parte lúdica inerente aos problemas, mas por estes estarem relacionados com a visita de estudo ao Museu do Pão e ao Museu do Brinquedo em Seia. Os problemas deste estudo foram desenhados tendo em conta os interesses dos alunos. Alguns deles referiam que gostaram de resolver os problemas porque estavam relacionados com visita de estudo e outros porque lhes permitiu construir um carro brinquedo.

Ao longo da resolução dos problemas, foi possível observar que os alunos não desistiam da resolução e todos os alunos bem ou mal eram capazes de chegar a uma solução para o mesmo, o que noutro tipo de problemas não se verificava, desistindo com facilidade.

Neste sentido, este tipo de problemas promovem a participação, perseverança e responsabilidade, evitando rejeição, medo ou fobia pela Matemática.

6.2.3. Questão de investigação 3

3) Qual o contributo dos problemas da vida real no estabelecimento de relações intra e interdisciplinares?

Segundo Godino (2011), a adequação ecológica implica o grau conformidade com o plano de escola, escola e sociedade e as limitações do ambiente em que opera (intra e inter relações sociais). Neste sentido, refere-se ao nível de adequação de um método, para aprender Matemática, no contexto onde se desenvolve; contexto este que inclui todos os fatores (tanto os de dentro como os de fora da aula). Esta dimensão inclui as diretrizes curriculares, conexões intra e interdisciplinares e fatores de ordem social e material.

No caso dos problemas do estudo, problemas da vida real, são propícios às relações das tarefas com outros conteúdos intra e interdisciplinares. Por exemplo, o problema da construção do carro brinquedo relacionou a Matemática, o Português e Expressão Plástica, com um contexto fora de sala de aula que foi a visita de estudo ao Museu do Brinquedo e ao Museu do Pão.

Em suma, os problemas em estudo permitem estabelecer de relações intra e interdisciplinares, uma vez que permitiram estabelecer conexões entre os conteúdos matemáticos, aplicados em contextos não matemáticos.

6.3. Considerações finais

Ao elaborar a pesquisa inicial sobre a resolução de problemas da vida real, constatei que a maioria dos alunos portugueses não estão habituados a resolver problemas realistas. Por esta razão, os alunos têm dificuldades em resolver algumas situações diárias com que se deparam. Os alunos, como não estavam habituados a este tipo de problemas, tiveram alguma dificuldade na sua compreensão e redação da respetiva resposta. Contudo, estes problemas permitiram que os alunos implementassem estratégias que normalmente não utilizavam e permitiu manter os alunos motivados, uma vez que eles e referiam que aprendiam coisas novas ao resolvê-los.

Considero que este trabalho revelou-se muito vantajoso, para mim e os alunos, uma vez que permitiu-me saber mais sobre este assunto, dado que me intrigava o porquê dos problemas em Matemática serem todos parecidos e também tinha curiosidade de perceber como reagiriam os alunos a estes problemas e porque foi dada oportunidade aos alunos de resolverem problemas da vida real, implementando estratégias que não empregavam anteriormente.

Desta forma, foi possível estabelecer conexões matemáticas, de modo a que considerem a Matemática como uma teia de relações, fortemente ligada a outras áreas curriculares e ao mundo que os rodeia, e não como uma Ciência isolada, inacessível e fechada sobre si mesma (Boavida, 2008, p. 58).

Estes problemas permitiram alear a parte lúdica, inerente às idades dos alunos, ao desenvolvimento do conhecimento matemático. Apraz referir a articulação curricular que este trabalho teve com a disciplina de Expressão Plástica e Português. Na disciplina de

Expressão Plástica foram construídos os carros brinquedo e, em Português, os alunos procederam à descrição do respetivo carro.

Foi com muita satisfação que efetuei este estudo. Ele constituiu para mim, em certa medida, uma forma diferente de encarar a Matemática, pois fomos uma das professoras que, enquanto aluna, passou pelo método tradicional de ensino-aprendizagem da Matemática, apesar da nossa formação académica nos ter permitido contacto com alguns dos "novos métodos" de trabalhar em Matemática. Por este motivo, penso que para nós professores, é difícil esta mudança de mentalidades. No final desta investigação posso afirmar que ela se afigura cada vez mais emergente, pois verificámos que os diferentes ambientes de aprendizagem propostos por Skovsmose (2001) ajudam os alunos a conhecerem os diversos tipos de problemas e a desenvolverem os processos matemáticos que os ajudam a serem alunos matematicamente competentes.

Devo referir que esta experiência foi um recurso fundamental para a minha prática profissional futura, uma vez que serviu de preparação para a minha vida futura, enquanto profissional de educação. Assim, todo este processo foi bastante proveitoso e instigador de aprendizagens que, futuramente, poderão revelar-se importantes. Agrada-me dizer que foi uma fase cheia de alegrias e de emoções, conjugadas com alguns receios e dificuldades, mas que me fizeram crescer e aprender. Este crescimento tem vindo a verificar-se desde o dia primeiro dia de estágio no Colégio D. José I, o que inicialmente foi assustador porque era a primeira vez que iria ter uma experiência prática, até hoje e continuará até ao resto da minha vida profissional.

Toda esta fase revelou-se uma fase ótima de aprendizagem e de aperfeiçoamento das minhas práticas. Apesar de tudo, ser professor será uma constante na minha vida e todos os aspetos mencionados anteriormente serão aperfeiçoados com a prática, com a reflexão sobre a mesma e com a experiência obtida ao longo dos anos. Contudo, é necessário que se esteja nesta área por gosto, por vocação, com vontade de aprender e exigir sempre mais de nós enquanto profissionais.

Desta forma, chegou ao fim umas fases mais bonitas desafiantes da minha e aquela que me poderá dar um novo rumo. Todo o trabalho desenvolvido durante este período teve como foco a minha aprendizagem, mas acima de tudo ensinar algo aquelas crianças, que tanto gostei de trabalhar e com as quais cresci como pessoa e professora.

6.3.1. Limitações do estudo

Esta investigação, quer ao longo da preparação, quer ao longo da implementação das atividades, deparou-se com alguns imprevistos ao nível da gestão da calendarização das atividades a implementar, uma vez que, por vezes foi necessário reajustar a calendarização das sessões em função do tempo disponível e das restantes aulas planificadas. No entanto, com esforço e dedicação estes foram geridos com o intuito de corresponder aos objetivos previamente delineados.

Outra limitação é relativa à opção metodológica de uma investigação desta natureza que implicam não fazer generalizações estatísticas, uma vez que o fenómeno estudado é único, tanto ao nível do âmbito da formação como do contexto supervisivo.

Tratando-se de um estudo de caso, tenho consciência que existe um certo grau de subjetividade que lhe é intrínseco. Uma das fragilidades decorreu da utilização do registos escritos e orais (entrevista), no que às práticas supervisivas diz respeito, como fonte principal de recolha de dados, porque permite obter os dados através das respostas dos sujeitos e não pelo que é observável, embora esteja consciente de que um outro investigador, ao realizar o mesmo estudo, talvez chegasse a resultados ligeiramente diferentes.

Referências bibliográficas

Abrantes, P.; Serrazina, L. & Oliveira. I. (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Lisboa: Ministério da Educação.

André, M. (2008). *Estudo de caso em pesquisa e avaliação educacional*. Brasília: Liber livro.

Boavida. A.; Paiva, A.; Cebola, A.; Vale, I. & Pimentel, T. (2008). *A Experiência Matemática no Ensino Básico*. Lisboa: Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.

CampusWikiUa (2010). Técnicas e instrumentos de recolha de dados na investigação em educação. Aveiro: Universidade de Aveiro. Consultado em http://wiki.ua.sapo.pt/wiki/T%C3%A9cnicas_e_Instrumentos_de_Recolha_de_Dados_na_Investiga%C3%A7%C3%A3o_em_Educa%C3%A7%C3%A3o, a 20 de março de 2015.

Carvalho, H. (Coord.); Ávila, P.; Nico, M. & Pacheco, P. (2011). *As competências dos alunos – resultados do PISA 2009 em Portugal*. Lisboa: CIES – IUL, Instituto Universitário de Lisboa.

Cobb, P., Qing Zhao & J. Visnovska. (2010). *Learning from and Adapting the Theory of Realistic Mathematics education*. Varie: Éducation et didactique. Consultado em http://educationdidactique.revues.org/276, em 1 de dezembro de 2014.

Coutinho, C. (2014). *Metodologia de Investigação em Ciências Sociais e Humana: Teoria e Prática*. Coimbra: Almedina.

Correia, E. (2005). *Aprender Matemática – hoje ensino básico*. Aveiro: Universidade de Aveiro.

Damião, H. (Coord.) & Festas, I. (2013). *Programa e Metas de Matemática para o Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação, Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.

Doorman, M.; Drijvers, P.; Dekker, T.; Heuvel-Panhuizen, M.; Lange, J.; Wijers, M. (2007). *Problem solving as a challenge for mathematics education in The Netherlands*. Berlin, Germany: Freudenthal Institute for Science and Mathematics Education.

Ferrão, N. (2012). *A Educação Matemática Realista e a roseta da espora gaúcha*. 2.º Simpósio da Física e de Matemática – Relação entre fazeres e deveres Santa Maria, 26 e 27 de abril de 2012.

Fonseca, C. (2013). As Funções Exponencial e Logaritimica nos manuais escolares do 12.º ano. (Dissertação de mestrado). Universidade de Aveiro: Portugal.

Godino, J. D. (2011). *Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*. XIII CIAEM-IACME, Recife, Brasil.

Godino. J. (2014). *Linking inquiry and transmission in teaching and learning mathematics*. CERME 9, TWG 17.

Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2009). *Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.

Gravemeijer, K.; Doorman, M. (1999). Context problems in realitic mathematics education: A calculus cours as an example. *Educational Studies in Mathematics*, 39: Please run again, 112-129.

HeuvelPanhuizen, M. (2009). El uso didáctico de modelos en la Educación Matemática Realista*: Ejemplo de una trayectoria longitudinal*. Correo del Maestro Núm. 160. Consultado em http://www.correodelmaestro.com/anteriores/2009/septiembre/incert160.htm, a 5 de janeiro de 2005.

Jornal Notícias (2014). Estudantes portugueses com dificuldades em aplicar a Matemática à vida real. Jornal Notícias Online, edição de 1 de abril de 2014. Consultado em http://www.jn.pt/PaginaInicial/Sociedade/Educacao/Interior.aspx?content_id=3790145&page=-1, a 20 de dezembro de 2014.

Kosbob, S. & Moyer P. (2004). Picnicking with Fractions. *Teaching Children Mathematics*. 10 (7), 375- 380

Lopes, A. (2002). *Estratégias e Métodos de Resolução de Problemas em Matemática*. Porto: Asa Edições.

Ministério da Educação (2001). *Currículo Nacional para o ensino básico. Competências essenciais*. Lisboa: ME-DEB.

Maria, E. (2002). *Conexões matemáticas num contexto de atividades de aplicação, investigação e modelação matemática*. Lisboa: Universidade Nova de Lisboa. Consultado em http://run.unl.pt/bitstream/10362/286/1/maria_2002.pdf, a 2 de janeiro de 2015.

Meirinhos, M. & Osório, A. (2010*)*. O estudo de caso como estratégia de investigação em educação. *EDUSER: revista de educação*. 2 (2), Inovação, Investigação em Educação.

Palhares, P. (Coord.), Pimentel, T., Fernandes, J., Fonseca, L., Gomes, A., Hirst, K., Portela, J. Ralha, E., Vale, I. (2004). Elementos de Matemática para Professores de Ensino Básico. Porto: Lidel.

Palm, T. (2009). Theory of authentic task situations. *Words and worlds: Modeling verbal descriptions of situations,* 3-19. Rotterdam: Sense.

Pardal, L. & Correia, E. (1995). *Métodos e Técnicas de Investigação Social*. Porto: Areal.

Plano Anual de Turma (2014). *Plano Anual de Turma: Ano letivo 2014/2015*. Agrupamento de Escolas de Esgueira: Escola Básica de Esgueira.

Projeto Educativo (2014). *Projeto Educativo 2014-2017*. Agrupamento de Escolas de Esgueira.

Regulamento Interno (2013). *Regulamento Interno 2013-2017*. Agrupamento de Escolas de Esgueira.

Ponte, J. (1992). Problemas de matemática e situações da vida real. *Revista de educação.* 2 (2). Consultado em http://repositorio.ul.pt/handle/10451/4224, a 5 de janeiro de 2015.

Ponte, J. & Quaresma, M. (2012). O papel do contexto nas tarefas matemáticas. *Interações*. 8 (22), 196-216. Consultado em http://revistas.rcaap.pt/interaccoes/article/view/1542/1233, a 5 de janeiro de 2015.

Sardinha, F.; Palhares, P. & Azevedo, F. (2009). Literacia e Numeracia: Uma Experiência Pedagógica no 1º Ciclo do Ensino Básico. In F. Azevedo & M. G. Sardinha (Coord.) (2009*) Modelos e Práticas em Literacia*. Lisboa: Lidel, p. 209-223.

Schoenfeld, A. (2012). *How we think: a theory of human decision-making, with a focus on taching*. 12th International Congress on Mathematical Education Program Name XX-YY-zz (pp. abcde-fghij)8 July – 15 July, 2012, COEX, Seoul, Korea.

Steen, L. (2002). A problemática da literacia quantitativa. *Educação e Matemática* 69, 79 – 88. Consultado em http://www.apm.pt/apm/revista/educ69/ParaEsteNumSele.pdf.

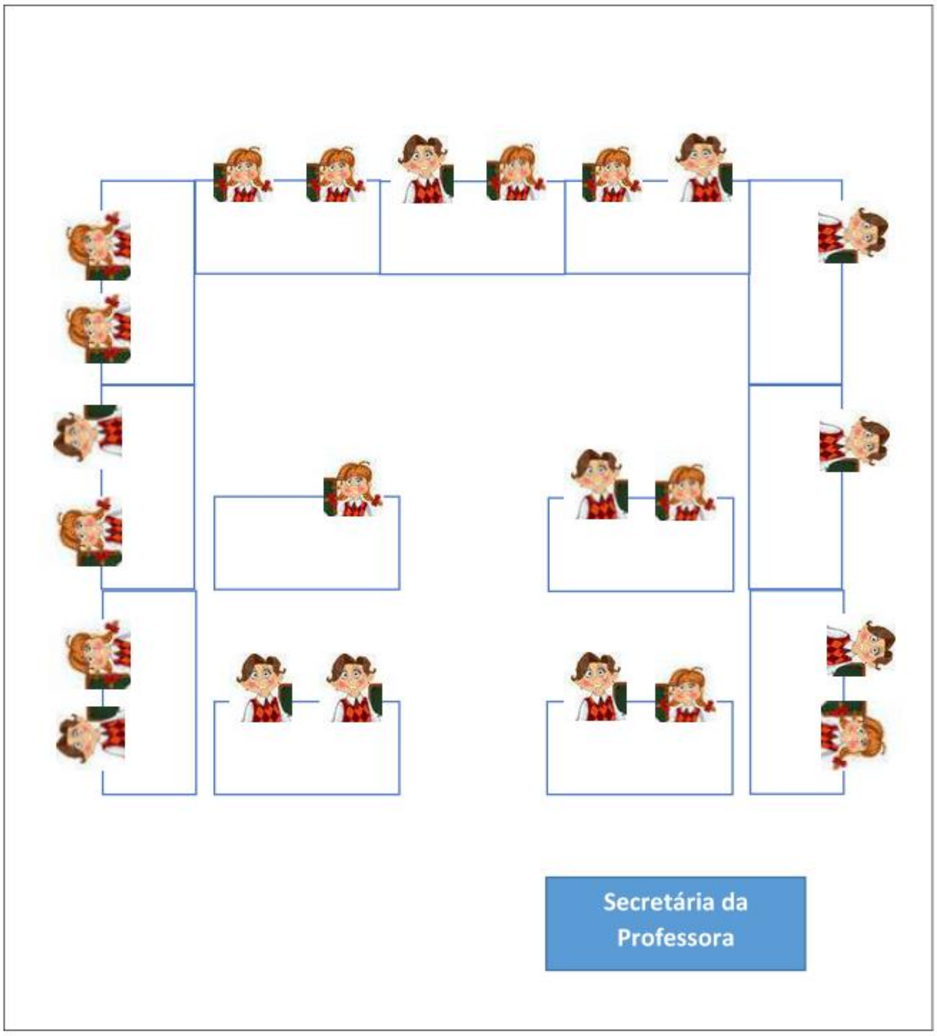
Tenreiro-Vieira, C. & Vieira, R. (2013). Literacia e pensamento crítico: um referencial para a educação em ciências e em matemática. Revista Brasileira de Educação, v. 18 n.º 52, 163 – 242. Consultado em http://www.scielo.br/pdf/rbedu/v18n52/10.pdf

Vale, I. (2002). *Didática da Matemática e formação inicial de professores num contexto de resolução de problemas e materiais manipuláveis*. Lisboa: APM.

Yeatts, K.; Battista, M. & et al. (2004). Navigating through Problem Solving and Reasoning in grade 3. National Council of Tachers of Mathemetics, Navigations Series.

Apêndices

Apêndice 1 – Organização da sala de aula



Apêndice 2 – Guião de entrevista

Entrevista

Problema :__________________________________

Nome do aluno	Pergunta	Resposta
	Porque escolheste essa estratégia?	

Nome do aluno	Pergunta	Resposta
	Onde sentiste dificuldades na resolução deste problema?	

Nome do aluno	Pergunta	Resposta
	Já tinhas resolvido algum problema parecido com este?	

<table>
<tr><th>Nome do aluno</th><th>Pergunta</th><th>Resposta</th></tr>
<tr><td></td><td rowspan="4">Gostaste de resolver este problema? Porquê?</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
</table>

Apêndice 3 – Plano de aula de Matemática (Resolução do problema 1)

Escola Básica do 1.º Ciclo de Esgueira	**Prática Pedagógica Supervisionada**	
	PLANO DE AULA	**ANO LETIVO 2014 / 2015**

DISCIPLINA	Matemática	**ANO/TURMA**	2.ºA
PROFESSORES ESTAGIÁRIOS	Catarina Silva		
PROFESORA COOPERANTE	Paula Gonçalves		
HORÁRIO	11:00 – 12:00	**DATA**	16/03/15

DOMÍNIO – Números e Operações		
SUBDOMÍNIO	**OBJETIVOS GERAIS**	**DESCRITORES DE DESEMPENHO**
Adição e Subtração	**6. Resolver problemas**	1. Resolver problemas de um ou dois passos envolvendo situações de juntar, acrescentar, retirar, comparar e completar.
Multiplicação	**8. Resolver problemas**	1. Resolver problemas de um ou dois passos envolvendo situações multiplicativas nos sentidos aditivo e combinatório.
SUMÁRIO		
Resolução de problemas.		
MOMENTOS / FASES DA AULA		
A presente aula tem como objetivo a criação de um carro brinquedo, através da resolução de problemas realista, integrados no âmbito de um estudo investigativo produzido por um dos professores estagiários. É de salientar que os problemas acompanham os conteúdos programáticos dados durante as aulas de Matemática.		

Assim, o professor começa por distribuir a ficha com os problemas (Anexo I) e procede a uma leitura em voz alta. Em seguida deixa que os alunos a realizem individualmente. Durante este momento é esperado que os alunos encontrem a solução produzindo diferentes estratégias de resolução, quer seja através de cálculos, esquemas, desenhos, palavras ou tabelas. À medida que os alunos executam as tarefas, o professor faz curtas entrevistas, nas quais procura perceber o modo de pensar dos alunos. Todas as entrevistas ficarão registadas numa folha preparada para o efeito (Anexo II).
RECURSOS EDUCATIVOS
Quadro; computador; ficha dos problemas (Anexo I); inquérito por questionário (Anexo II).
INSTRUMENTOS DE AVALIAÇÃO
BIBLIOGRAFIA
Rodrigues, A. & Azevedo, L. (2014). *Matemática 2: 2.º Ano*. Porto: Areal Editores. Rodrigues, A. & Azevedo, L. (2014). *Matemática 2 – Livro de fichas: 2.º Ano*. Porto: Areal Editores. Bivar, A., Grosso, C., Oliveira, F. & Timóteo, M. C. (2012). *Metas curriculares de matemática do ensino básico*. Ministério da Educação e da Ciência.

Apêndice 4 – Plano de aula de Expressão Plástica (Construção do carro brinquedo)

Agrupamento de Escolas de Esgueira ***Escola do 1.º Ciclo de Esgueira***	**Prática Pedagógica Supervisionada**	
	PLANO DE AULA	**ANO LETIVO 2014/2015**

DISCIPLINA	Expressão Plástica	**ANO/TURMA**	2.ºA
PROFESSOR(ES) ESTAGIÁRIO(S)	Catarina Silva		
ORIENTADORA COOPERANTE	Paula Gonçalves		
HORÁRIO	13h30 – 15h00	**DATA**	27/04/2015

Bloco: - Construções **- Recorte, colagem, dobragem**
SUMÁRIO
Construção de um carro brinquedo com materiais recicláveis.
COMPETÊNCIAS
- Capacidade de realizações expressivas através de diferentes materiais; - Capacidade de promover a destreza manual.
DESCRITORES DE DESEMPENHO
- Fazer dobragens; - Fazer composições com fim comunicativo (usando a palavra e a imagem), recortando e colando elementos; - Inventar novos objetos utilizando materiais ou objetos recuperados; - Construir brinquedos, jogos, máscaras, instrumentos musicais…

MOMENTOS/FASES DA AULA
A presente intervenção de Expressão Plástica surge no âmbito do meu projeto de investigação educacional desenvolvido no âmbito da unidade curricular de Seminário de Investigação Educacional B2, na Universidade de Aveiro. Para além disso procura-se dar continuidade ao trabalho já realizado em aulas anteriores da disciplina de matemática. Tendo em conta os aspetos referidos, a intervenção inicia com uma breve recordação sobre as aulas de matemática do 2.º período, onde os alunos resolveram alguns problemas tendo como objetivo a construção de um carro brinquedo **(5 minutos).** Depois de se relacionarem novamente com a temática em estudo, a professora menciona que a turma na aula de hoje irá proceder à construção de um carro brinquedo, utilizando materiais recicláveis. Contudo, cada material terá um preço e os alunos poderão apenas gastar 100 cêntimos (1 euro) **(5 minutos).** Posto isto, a professora apresenta à turma os materiais existentes para a realização da atividade e os respetivos preços, afixando no quadro preçário dos mesmos (Anexo 1). Após esta contextualização, a professora pede aos alunos para fazerem um lista de material que necessitam para a construção do seu carro e, simultaneamente, a professora distribui 100 cêntimos por cada aluno (Anexo 2), para que eles possam ir à banca da professora comprar os materiais necessários **(10 minutos)**. Terminada a distribuição das moedas, um aluno de cada vez vem à banca da professora comprar o seu material, não esquecendo que tem ao seu dispor apenas 100 cêntimos **(10 minutos)**. Seguidamente, os alunos dão início à atividade de construção do carro brinquedo. A professora deve referir que os alunos podem utilizar, para além do material já adquiro, cola e marcadores **(60 minutos)**. Finalizada a construção, os alunos irão expor o seu carro num local estratégico da sala para que toda a comunidade escolar possa observar os carros.
RECURSOS EDUCATIVOS
- Marcadores; - Cola; - Tesoura; - Materiais de plástico e cartão recicláveis.

INSTRUMENTOS DE AVALIAÇÃO
A avaliação desta aula será através da observação da participação dos alunos na construção do carro brinquedo.
BIBLIOGRAFIA
(Sem bibliografia)
ANEXOS
Anexo 1 – Precário dos materiais. Anexo 2 – Moedas.

Apêndice 5 – Plano de aula de Português (Descrição do carro brinquedo)

Escola Básica do 1.º Ciclo de Esgueira	**Prática Pedagógica Supervisionada**	
	PLANO DE AULA	**ANO LETIVO 2014 / 2015**

DISCIPLINA	Português	**ANO/TURMA**	2.ºA
PROFESSORES ESTAGIÁRIOS	Catarina Silva		
PROFESORA COOPERANTE	Paula Gonçalves		
PROFESSOR ORIENTADOR	António Vítor Carvalho		
HORÁRIO	11:00 – 12:00/ 13:30 – 14:30	**DATA**	29/04/2015

SUMÁRIO		
Descrição do carro brinquedo construído pelos alunos. Escrita de um texto descritivo.		
DOMÍNIO	**OBJETIVOS**	**DESCRITORES**
Leitura e Escrita	17. Planificar a escrita de textos.	1. Formular as ideias-chave (sobre um tema dado pelo professor) a incluir num pequeno texto informativo. 1. Respeitar as regras de concordância entre o sujeito e a forma verbal. 2. Utilizar, com coerência, os tempos verbais.

	18. Redigir corretamente.	3. Utilizar sinónimos e pronomes para evitar a repetição de nomes. 4. Cuidar da apresentação final do texto.
MOMENTOS / FASES DA AULA		
A presente intervenção de Expressão Plástica surge no âmbito do meu projeto de investigação educacional, desenvolvido no âmbito da unidade curricular de Seminário de Investigação Educacional B2, na Universidade de Aveiro. Para além disso, procura-se dar continuidade ao trabalho desenvolvido na aula anterior de expressão plástica e em aulas da disciplina de matemática, do 2.º período. Inicialmente, a professora refere aos alunos que atividade da aula de hoje consistirá na descrição do carro brinquedo, construído na aula anterior de expressão plástica **(5 minutos)**. Posto isto, a professora distribui pelos alunos uma ficha de trabalho (Anexo 1), onde lhes é proposta a realização de uma planificação para auxiliar na futura descrição do carro brinquedo. **(5 minutos)** Após a distribuição das fichas, a professora explica aos alunos o que é pretendido com a atividade e estes dão início à atividade. **(25 minutos)** Finalizada a planificação, os alunos iniciam a escrita do seu texto descritivo. A professora circulará pelos lugares para auxiliar os alunos na escrita dos textos. **(25 minutos)**		
RECURSOS EDUCATIVOS		
- Ficha de trabalho; - Quadro branco.		
INSTRUMENTOS DE AVALIAÇÃO		
Para avaliar os conhecimentos dos alunos recorrerei aos textos produzidos pelos alunos e irei preencher uma grelha com alguns parâmetros de escrita (Anexo 2).		
BIBLIOGRAFIA		
Lima, E., Barrigão. N., Pedroso, N., & Rocha, V. (2014). *Alfa – Português: 2.º Ano*. Porto: Porto Editora.		

Lima, E., Barrigão. N., Pedroso, N., & Rocha, V. (2014). *Alfa – Livro de fichas: Português 2.º Ano*. Porto: Porto Editora.

Lima, E., Barrigão. N., Pedroso, N., & Rocha, V. (2014). *Alfa – Fichas de consolidação: Português 2.º Ano*. Porto: Porto Editora.

Buescu, H. C., Morais, J., Rocha, M. R. & Magalhães, V. F. (2012). *Metas curriculares para o ensino básico: ensino básico 1.º, 2.º e 3.º ciclos*. Ministério da Educação e Ciência.

Apêndice 6 – Guião do problema 1

Matemática – 2.º Ano

Nome do aluno: ______________________________ **ANO LETIVO 2014/2015**

Ano: _____ **Turma:** _____ **N.º** _____ **Data:** ___ / ___ / ________

Problema 1 – Construção de um carro brinquedo

2. Na visita de estudo ao Museu do Brinquedo, a turma do 2.ºA visitou a sala "Brincar é… sonhar". Nesta sala observaram carros brinquedo construídos por meninos do continente africano, a professora da turma propôs a construção de um carro brinquedo.

2.1. Para a construção do carro tens à tua disposição os seguintes materiais:

- carroçaria - caixas de cartão, cartolina ou esferovite;
- rodas - carrinhos de linha, botões ou tampas de plástico de garrafões.

Com os materiais existente, quantos carros brinquedo diferentes podes construir?

Explica o teu raciocínio através de esquemas, cálculos ou palavras.

Resposta:____

2.2. Para a construção do carro, a professora dispõe, no máximo, de 100 cêntimos para cada aluno. A tabela seguinte apresenta o preço de cada material.

Indica duas possíveis construções de carro brinquedo.

(Atenção: Para a construção precisas de apenas um material para a carroçaria e outro para as rodas e não podes ultrapassar os 100 cêntimos.)

Explica o teu raciocínio através de esquemas, cálculos ou palavras.

Material	Preço
Caixa de cartão	55 cêntimos
Cartolina	35 cêntimos
Esferovite	60 cêntimos
Botões	50 cêntimos
Carrinho de linhas	40 cêntimos
Tampas de garrafão	20 cêntimos

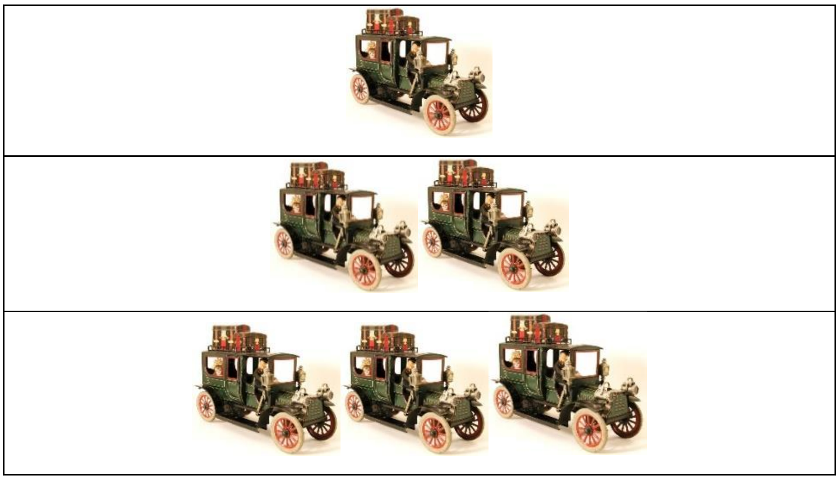
Resposta:____

2.3. Antes da construção do carro brinquedo, a turma do 2.º A pensou como iria expor os 21 carros numa estante.

2.3.1. A maioria da turma decidiu que colocariam três carros em cada prateleira. Quantas prateleiras necessitam para arrumar todos os carros? Explicita o teu raciocínio.

Resposta:____

2.3.2. Um aluno apresentou a seguinte sugestão:



2.3.2.1. Quantos carros terá a quarta prateleira?

Explica o teu raciocínio através de esquemas, cálculos ou palavras.

Resposta:____

2.3.2.2. Se continuarem a arrumar os carros, seguindo este critério, de quantas prateleiras irão necessitar para os arrumar todos?

Explica o teu raciocínio através de esquemas, cálculos ou palavras.

Resposta:____

2.4. Usando os materiais indicados anteriormente, constrói o teu carro brinquedo.

<u>Atenção</u>: Não te esqueças que para a construção precisas de um material para a carroçaria e um para as rodas e não podes ultrapassar os 100 cêntimos. Escolhe ainda, um material para os vidros dentro dos disponibilizados pela tua professora.

Apêndice 7 – Descrição do carro brinquedo

Português – 2.º Ano

Agrupamento de Escolas de Esgueira

Nome do aluno: ________________________________ **ANO LETIVO 2014/2015**

Ano: _____ **Turma:** _____ **N.º** _____ **Data:** ___ / ___ / ________

Descrição do carro brinquedo

1. Observa, com atenção, o teu carro e responde às questões.

1. Quais os materiais existentes no teu carro?
2. Alguns dos teus materiais têm a forma de sólidos geométricos. Identifica-os.
3. Qual a função de cada material?
4. O que podes fazer com o teu carro?

____

____

____

____

____

____

____

____

1.1. Escreve um texto descrito sobre o teu carro brinquedo, recorrendo às respostas elaboradas na questão anterior.

____

____

____

____

____

____

Apêndice 8 – Plano de aula (Problema 3)

Escola Básica do 1.º Ciclo de Esgueira	**Prática Pedagógica Supervisionada**	
	PLANO DE AULA	**ANO LETIVO 2014 / 2015**

DISCIPLINA	Matemática	**ANO/TURMA**	2.ºA
PROFESSORES ESTAGIÁRIOS	Catarina Silva		
PROFESORA COOPERANTE	Paula Gonçalves		
HORÁRIO	09:00 – 10:30	**DATA**	29/04/2015

DOMÍNIO – Números e Operações		
SUBDOMÍNIO	**OBJETIVOS GERAIS**	**DESCRITORES DE DESEMPENHO**
Divisão inteira	9. Efetuar divisões exatas de números naturais	5. Utilizar adequadamente os termos «metade», «terça parte», «quarta parte» e «quinta parte», relacionando-os respetivamente com o dobro, o triplo, o quádruplo e o quíntuplo. 1. Fixar um segmento de reta como unidade e identificar $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{10}$ como números, iguais à medida do comprimento de cada um dos segmentos de reta resultantes da decomposição da unidade em respetivamente dois, três, quatro, cinco e dez segmentos de reta de igual comprimento.

<table>
<tr><td></td><td>11. Dividir a unidade</td><td>2. Fixar um segmento de reta como unidade e representar números naturais e as frações
$\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{10}$ por pontos de uma semirreta dada, representando o zero pela origem e de tal modo que o ponto que representa determinado número se encontra a uma distância da origem igual a esse número de unidades.

3. Utilizar as frações $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{10}$ para referir cada uma das partes de um todo dividido respetivamente em duas, três, quatro, cinco, dez, cem e mil partes equivalentes.</td></tr>
<tr><td colspan="3">SUMÁRIO</td></tr>
<tr><td colspan="3">Números e operações: divisão inteira e dividir a unidade.

As frações $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{5}$ e $\frac{1}{10}$.</td></tr>
<tr><td colspan="3">MOMENTOS / FASES DA AULA</td></tr>
<tr><td colspan="3">A aula principia com o preenchimento do placard alusivo às noções temporais, que diariamente é preenchimento pelo aluno responsável da tarefa. À medida que o aluno preenche o placard, a professora coloca as seguintes questões:

Em que dia do mês em que estamos?;

Em que mês estamos?;

Qual foi o mês anterior àquele em nos encontramos?;

Qual é o mês que vem a seguir ao mês em que estamos?;

Qual é o dia da semana de hoje?;

Qual o dia da semana de ontem?;

Qual o dia da semana de amanhã?;</td></tr>
</table>

*Quais são os dias da semana (por ordem)? (***5 minutos***)*

Com as questões realizadas anteriormente é esperado que os alunos adquiram competências das noções temporais.

De seguida, a professora pede aos alunos responsáveis pela tarefa de distribuição dos cadernos diários de português e matemática para fazer a entrega dos mesmos e , também, os manuais de matemática. **(5 minutos)**

Seguidamente, a professora faz o registo da data por extenso no quadro branco, e os alunos no respetivo caderno diário. *(Esgueira, 23 de fevereiro de 2015 [Espaço] Hoje é segunda-feira. [Espaço] 23/02/2015 [Espaço] Nome:)***(5 minutos).**

Posteriormente, a professora distribui pelos alunos uma ficha de trabalho com problemas matemáticos envolvendo de receitas (Anexo 1). Estes problemas serão desenvolvidos no âmbito do projeto de investigação educacional de professora estagiária, desenvolvido na unidade curricular de Seminário de Investigação Educacional B2, da Universidade de Aveiro **(5 minutos)**.

Após a distribuição das fichas, a professora lê os problemas para os alunos e questiona os alunos sobre se há alguma dúvida sobre os mesmos. Depois desta leitura inicial, os alunos dão início à resolução da ficha **(30 minutos)**.

Terminada a ficha, a professora procede à sua recolha sem corrigir os mesmos, estes serão alvo de um estudo **(5 minutos)**.

Seguidamente, os alunos retomam os conteúdos que têm vindo a ser abordados nas últimas aulas de matemática, revolvendo a ficha 20, página 40 e 41 do livro de fichas Matemática 2 da Areal Editores e, também, a ficha 21 do mesmo livro, exceto o exercício 2, da página 43 (Anexo 2). A professora procederá à correção do exercícios que verificar existir mais dificuldades **(30 minuto)**.

RECURSOS EDUCATIVOS

- Ficha com problema sobre receitas;

- Livro de fichas Matemática 2, da Areal Editora;

- Quadro branco.

INSTRUMENTOS DE AVALIAÇÃO

Para avaliar os alunos, a professora utilizará a observação participante e questionamento sobre a determinada tarefa que os alunos estão a desenvolver.
BIBLIOGRAFIA
Rodrigues, A. & Azevedo, L. (2014). *Matemática 2: 2.º Ano*. Porto: Areal Editores. Rodrigues, A. & Azevedo, L. (2014). *Matemática 2 – Livro de fichas: 2.º Ano*. Porto: Areal Editores. Bivar, A., Grosso, C., Oliveira, F. & Timóteo, M. C. (2012). *Metas curriculares de matemática do ensino básico*. Ministério da Educação e da Ciência.

Apêndice 9 – Guião do problema 2

Matemática – 2.º Ano

Agrupamento de Escolas de Esgueira

Nome do aluno: ________________________________ **ANO LETIVO 2014/2015**

Ano: _____ **Turma:** _____ **N.º** _____ **Data:** ___ / ___ / ________

Problema 2 – Pão de Centeio

2. A turma do 2.º A na visita de estudo ao museu do pão ficou a conhecer a receita do pão de centeio. No entanto, esta receita apenas dá para 12 pessoas e a professora quer fazer esta receita para todos os alunos e para ela própria.

Pão de Centeio (12 pessoas)
Ingredientes
Meio pacote de centeio 1 pacote de farinha de trigo 1 chávena (chá) de leite 2 copos de água morna 1 colher de sal 1 colher de manteiga 1 colher (chá) de açúcar 2 colheres de fermento

2.1. Qual a quantidade de cada ingrediente necessária para fazer pão de centeio para todos os alunos e a professora do 2.º A?

Explica o teu raciocínio através de esquemas, cálculos ou palavras.

Resposta:____

2.2. A professora foi ao supermercado e trouxe as seguintes quantidade de cada ingrediente:

1 pacote e meio de centeio
3 pacotes de farinha de trigo
3 chávenas (chá) de leite
6 copos de água morna
3 colher de sal
3 colher de manteiga
3 colher (chá) de açúcar
6 colheres de fermento

2.2.1. A professora trouxe ingredientes em excesso, a turma decidiu convidar algumas assistentes operacionais para comer o pão de centeio. Quantas pessoas podem convidar para além das pessoas da turma?

Explica o teu raciocínio através de esquemas, cálculos ou palavras.

Resposta:____

Apêndice 10 – Plano de aula (Problema 3)

Escola Básica do 1.º Ciclo de Esgueira	**Prática Pedagógica Supervisionada**	
	PLANO DE AULA	**ANO LETIVO 2014 / 2015**

DISCIPLINA	Matemática	**ANO/TURMA**	2.ºA
PROFESSORES ESTAGIÁRIOS	Catarina Silva		
PROFESORA COOPERANTE	Paula Gonçalves		
HORÁRIO	09:00 – 10:30	**DATA**	06/05/15

SUMÁRIO			
Resolução da ficha de trabalho n.º 3, relativa ao trabalho de investigação. Resolução de uma ficha de trabalho global.			
DOMÍNIO	**SUBDOMÍNIO**	**OBJETIVOS**	**DESCRITORES**
Números e Operações	Divisão inteira	9. Efetuar divisões exatas de números naturais	1. Efetuar divisões exatas envolvendo divisores 10 até e dividendos até 20 por manipulação de objetos ou recorrendo a desenhos e esquemas. 2. Utilizar corretamente o símbolo «:» e os termos «dividendo», «divisor» e «quociente». 3. Relacionar a divisão com a multiplicação, sabendo que o quociente é o número que se deve multiplicar pelo divisor para obter o dividendo.

<table>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>4. Efetuar divisões exatas utilizando as tabuadas de multiplicação já conhecidas.

5. Utilizar adequadamente os termos «metade», «terça parte», «quarta parte» e «quinta parte», relacionando-os respetivamente com o dobro, o triplo, o quádruplo e o quíntuplo.</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>10. Resolver problemas</td><td>1. Resolver problemas de um passo envolvendo situações de partilha equitativa e de agrupamento.</td></tr>
<tr><td></td><td>Números racionais não negativos</td><td>11. Dividir a unidade</td><td>3. Utilizar as frações

$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$ e $\frac{1}{1000}$

para referir cada uma das partes de um todo dividido respetivamente em duas, três, quatro, cinco, dez, cem e mil partes equivalentes.</td></tr>
<tr><td colspan="4">MOMENTOS / FASES DA AULA</td></tr>
<tr><td colspan="4">A presente aula tem como objetivo prioritário levar os alunos a exercitarem alguns dos conteúdos abordados em Matemática, nomeadamente, perímetro, frações, dobro, triplo, metade, terça parte, entre outros.

Para além disso, visa a implementação do terceiro problema do trabalho de investigação da professora e estagiária.

Assim, o professor inicia a aula distribuindo a ficha com o problema n.º 3, na qual os alunos vão trabalhar o conteúdo divisão, por fração ou através de outra forma de resolução.</td></tr>
</table>

Após a conclusão dos problemas preparados, o professor distribui uma segunda ficha de carácter global, na qual os alunos vão exercitar as noções de perímetro, frações, dobro, triplo, metade, terça parte, entre outros.
RECURSOS EDUCATIVOS
Quadro interativo; projetor; computador; colunas; quadro branco; marcador para quadro;
INSTRUMENTOS DE AVALIAÇÃO
BIBLIOGRAFIA
Rodrigues, A. & Azevedo, L. (2014). *Matemática 2: 2.º Ano*. Porto: Areal Editores. Rodrigues, A. & Azevedo, L. (2014). *Matemática 2 – Livro de fichas: 2.º Ano*. Porto: Areal Editores. Bivar, A., Grosso, C., Oliveira, F. & Timóteo, M. C. (2012). *Metas curriculares de matemática do ensino básico*. Ministério da Educação e da Ciência.

Apêndice 11 – Guião do problema 3

Matemática – 2.º Ano

Agrupamento de Escolas de Esgueira

Nome do aluno: ________________________________ **ANO LETIVO 2014/2015**

Ano: _____ **Turma:** _____ **N.º** _____ **Data:** ___ / ___ / ________

Problema 3 – Problema do Piquenique[4]

1. Dez amigos foram fazer um piquenique. Eles querem partilhar a sua comida em igual quantidade e não há partes restantes.

1.1. O João, o David e o Pedro partilharam 24 uvas.

Desenha figuras, faz cálculos ou escreve legendas para provar a quantidade de comida que cada amigo irá ter.

Resposta: ____

1.2. A Jéssica, a Ema, a Carla e a Luísa partilharam duas sanduiches em pão com a forma de um quadrado.

Desenha figuras, faz cálculos ou escreve legendas para provar a quantidade de comida que cada amigo irá ter.

Resposta:____

[4] Adaptado de: Kosbob, S. & Moyer P. (2004). Picnicking with Fractions. *Teaching Children Mathematics*. Volume 10, Nunber 7, p. 375- 380

1.3. O João, o Isaac, a Ema, a Sara e a Carla partilharam 20 morangos.

Desenha figuras, faz cálculos ou escreve legendas para provar a quantidade de comida que cada amigo irá ter.

Resposta:____

1.4. A Liliana, o Max, o Isaac, a Carla, a Sara, a Ema, o Nuno e a Beatriz partilharam uma *pizza* em forma de círculo.

Desenha figuras, faz cálculos ou escreve legendas para provar a quantidade de comida que cada amigo irá ter.

Resposta:____